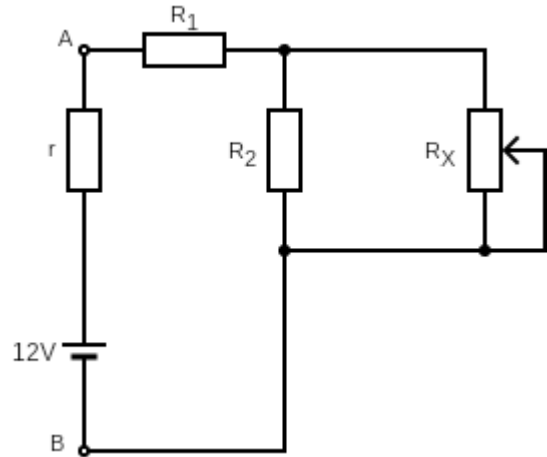


Concursul Dragomir Hurmuzescu, etapa locală, 19 martie 2026

Subiecte și bareme an II

1. Electricitate

Se consideră circuitul din figura de mai jos, în care $E = 12\text{ V}$, $r = 1\ \Omega$, $R_1 = 19\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$ iar R_X este un potențiomtru linear de $20\ \Omega$. Inițial cursorul potențiometrului este la jumătatea cursei sale.



- a) [1p] Calculați valoarea intensității curentului prin ramura principală a rețelei.

R:

$$R_X = 10\ \Omega \quad (0.25p)$$

$$I = \frac{E}{r + R_1 + \frac{R_2 R_X}{R_2 + R_X}} \quad (0.5p)$$

$$I = 0.45\text{ A} \quad (0.25p)$$

- b) [1.5p] Calculați tensiunea pe rezistența R_X și tensiunea între punctele A și B

R:

$$U_X = I \frac{R_2 R_X}{R_2 + R_X} \quad (0.5p)$$

$$U_X = 3\text{ V} \quad (0.25p)$$

$$U_{AB} = E - Ir \quad (0.5p)$$

$$U_{AB} = 11,55\text{ V} \quad (0.25p)$$

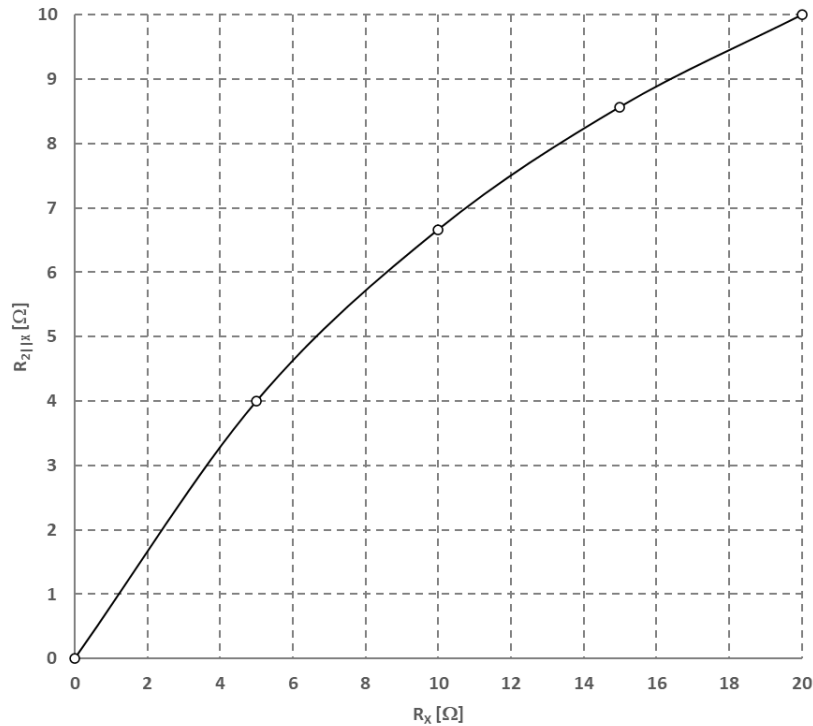
- c) [2p] Reprezentați grafic dependența rezistenței echivalente a grupului (R_2 , R_X) de rezistența R_X pentru câteva valori ale acesteia în intervalul $0 - 20\ \Omega$ și comentați dependența rezistenței echivalente de poziția cursorului.

R:

$$R_{2||X} = \frac{R_2 R_X}{R_2 + R_X} = f(R_X) \quad (0.5p)$$

R_X [Ω]	0	5	10	15	20
$R_{2 X}$ [Ω]	0	4	6,67	8,57	10

(0.25p)



reprezentarea grafică $R_{2X} = f(R_X)$ (0.75p)

Se observă că dependența rezistenței echivalente de poziția cursorului este una neliniară.

Se acceptă orice comentariu corect cu privire la aspectul graficului. (0.5p)

- d) [4p] Reprezentați grafic puterea disipată pe rezistența R_X în funcție de valoarea lui R_X pentru următoarele valori ale acesteia: 4 Ω, 8 Ω, 12 Ω, 16 Ω și 20 Ω. Calculați valoarea R_X pentru care puterea disipată este maximă și valoarea puterii maxime disipate. Reprezentați punctul pe grafic.

R:

$$P_X = \frac{U_X^2}{R_X} \quad (0.5p)$$

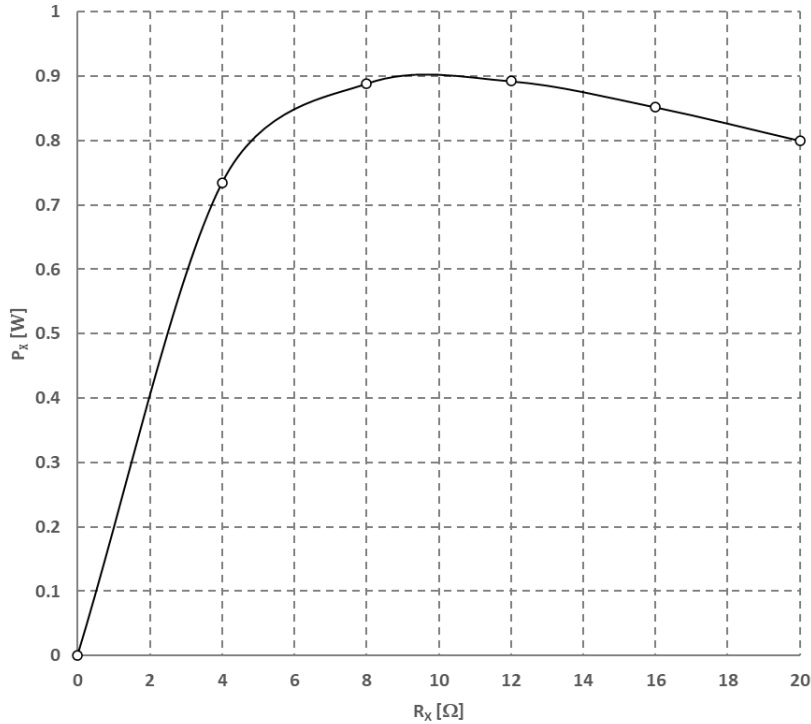
$$U_X = IR_{2X} = \frac{E}{r+R_1 + \frac{R_2 R_X}{R_2 + R_X}} \frac{R_2 R_X}{R_2 + R_X} = \frac{ER_2 R_X}{(r+R_1)R_2 + (r+R_1+R_2)R_X} \quad (0.5p)$$

$$U_X = \frac{6R_X}{10+R_X} \quad (0.25p)$$

$$P_X = \frac{36R_X}{(10+R_X)^2} \quad (0.5p)$$

R_X [Ω]	0	4	8	12	16	20
P_X [W]	0	0,734	0,888	0,893	0,852	0,800

(0.25p)



reprezentarea grafică **(0.75)**

Derivăm P în raport cu R_x și egalăm cu zero pentru a afla extremul funcției.

$$\frac{dP_x}{dR_x} = \frac{360-36R_x}{(10+R_x)^3} \text{ iar din egalitatea cu zero rezultă } R_{xp_{max}} = 10 \Omega \text{ (0.5p)}$$

$$P_{MAX} = 0,9 \text{ W (0.25p)}$$

Reprezentarea corectă a punctului maxim pe graficul puterii **(0.5p)**

Se acordă 1 p din oficiu



Concursul Dragomir Hurmuzescu, etapa locală, 19 martie 2026
Subiecte an II

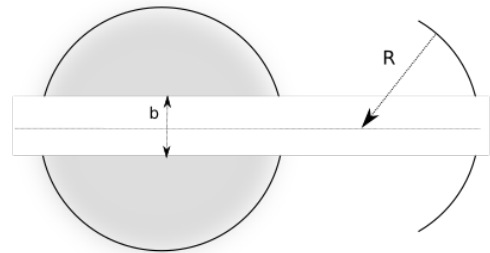
3. Optică

O sursă luminoasă punctiformă S este așezată pe axa de simetrie a unei oglinzi concave de rază $R = -16$ cm, având poziția $p_1 = -12$ cm. Să se determine:

- a) [3p] poziția imaginii formate de oglindă.

R:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{p_2} = \frac{2}{R} - \frac{1}{p_1} = \frac{2p_1 - R}{p_1 R} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 R}{2p_1 - R} = -24 \text{ cm}$$



Din oglindă se taie o fâșie simetrică față de axa de simetrie conform figurii, de lățime $b = 5$ mm, iar părțile rămase se lipesc. Să se determine:

- b) [6p] distanța dintre imaginile punctului S.

R:

Prin deplasarea semi-oglinzilor este traslatat și axul optic. Astfel, S poate fi considerat ca vârful unui obiect care are înălțimea $y_1 = -b/2$. Dacă calculăm mărirea liniară pentru acest obiect, găsim distanța dintre axa de simetrie și imaginea formată de o semi-oglină.

$$\gamma = \frac{y_2}{y_1} = \frac{-p_2}{p_1} \Rightarrow y_2 = y_1 \frac{-p_2}{p_1} = 5 \text{ mm}$$

Imaginile formate de cele două semi-oglinzi sunt poziționate simetric față de axa de simetrie; în consecință, distanța dintre ele este $d = 2y_2 = 10$ mm.

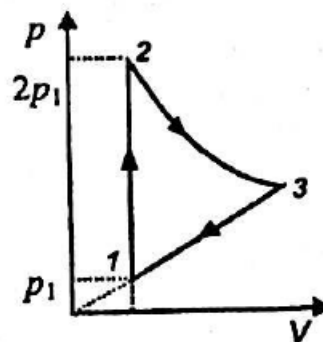
Se acordă un punct din oficiu.

Concursul Dragomir Hurmuzescu, etapa locală, 19 martie 2026

Subiecte an II

2. Termodinamică și căldură

Un mol de gaz ideal monoatomic parcurge transformarea ciclică din figura din dreapta. Transformarea 2-3 este o politropă descrisă de ecuația $pV^3 = ct$. iar $p_2 = 2p_1$. Să se afle în funcție de p_1, V_1, T_1 :



- a) **[3.5p]** valorile presiunii, volumului și temperaturii în starea 3.

R:

$$p_2 = 2p_1$$

$$V_2 = V_1$$

Ecuatia transformării 1-3 este o dreapta $p = aV + b$ ce trece prin origine ($b = 0$).

$$p_1 = aV_1 \Rightarrow a = \frac{p_1}{V_1}, \text{ de unde legea transformării 1-3: } \frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1 V_3}{V_1} \quad (1p)$$

$$\text{Ecuatia politropei este } P_2 V_2^3 = P_3 V_3^3 \text{ adică } 2P_1 V_1^3 = P_3 V_3^3 \Rightarrow 2P_1 V_1^3 = \frac{p_1 V_3}{V_1} V_3^3 \Rightarrow$$

$$V_3^4 = 2V_1^4 \Rightarrow V_3 = 2^{\frac{1}{4}} V_1 \quad (0.5p)$$

$$p_3 = \frac{p_1 V_3}{V_1} = p_1 2^{\frac{1}{4}} \quad (0.5p)$$

$$P_3 V_3 = p_1 2^{\frac{1}{4}} 2^{\frac{1}{4}} V_1 = p_1 V_1 \sqrt{2} \quad (0.5p)$$

$$\text{Din ecuația de stare avem: } p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow p_1 2^{1/4} 2^{1/4} V_1 = \nu R T_3 \Rightarrow$$

$$T_3 = \frac{p_1 2^{1/4} 2^{1/4} V_1}{\nu R} = \frac{\sqrt{2} p_1 V_1}{T_1} = T_1 \sqrt{2} \quad (1p)$$

- b) **[2p]** lucrul mecanic și căldura pe transformarea politropă.

R:

$$L_{23} = \frac{1}{1-n} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{1}{1-3} (p_1 2^{\frac{1}{4}} 2^{\frac{1}{4}} V_1 - 2p_1 V_1) = -\frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) \quad (1p)$$

Din primul principiu:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + L_{23} = \nu C_V (T_3 - T_2) - \frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) = \nu \frac{3}{2} R (T_3 - T_2) - \frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) - \frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2)$$

rezultând $Q_{23} = p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) < 0$ **(1p)**. Cedează căldură.



c) [2.5p] randamentul ciclului

R:

calculam căldurile:

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + L_{31} = \nu \frac{3}{2} R(T_1 - T_3) + \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_1 - V_3) =$$
$$= \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) + \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_1 - V_3) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_1 V_1 \sqrt{2}) + \frac{1}{2}(p_1 + p_1 2^{1/4})(V_1 - 2^{1/4} V_1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 (1 - \sqrt{2}) + \frac{1}{2} p_1 V_1 (1 + 2^{1/4})(1 - 2^{1/4}),$$

de unde $Q_{31} = -2p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1) < 0$ (1p). Cedează căldură

$$Q_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(2p_1 V_1 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} p_1 V_1 > 0$$
 (0.5p)

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{23} + Q_{31}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{|p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) - 2p_1 V_1 (\sqrt{2} - 1)|}{\frac{3}{2} p_1 V_1} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3} = 6\%$$
 (1p)

d) [1p] lucrul mecanic efectuat de gaz pe ciclu

R:

$$\eta = \frac{L_{ciclu}}{Q_{12}} \Rightarrow L_{ciclu} = \eta Q_{12} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \left(\frac{3}{2} p_1 V_1 \right) = \frac{3-2\sqrt{2}}{2} p_1 V_1$$
 (1p)

Sau

$$L_{ciclu} = L_{23} + L_{31} + L_{12} = -\frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{2} - 2) + \frac{1}{2} p_1 V_1 (1 - \sqrt{2}) + 0 = \frac{3-2\sqrt{2}}{2} p_1 V_1$$

Se acordă un punct din oficiu.