FACULTATEA DE FIZICĂ
Str. Mihail Kogălniceanu nr.1
Cluj-Napoca, RO-400084
Tel: +4(0)264-405300 | FAX: +4(0)264-591906
secretariat.phys@ubbcluj.ro
www.phys.ubbcluj.ro

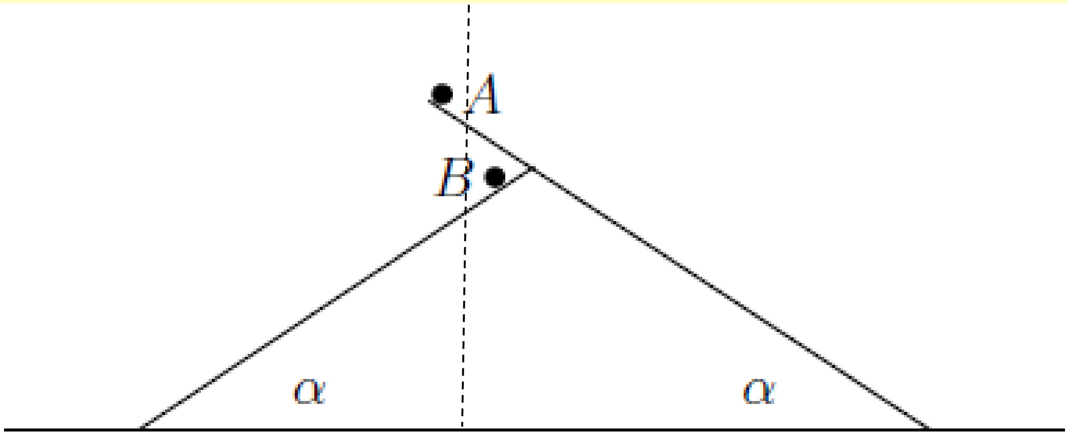
**Concursul Dragomir Hurmuzescu, etapa locală, 19 martie 2026**

**Anul I**

1. Două bile aflate în punctele A și B sunt eliberate din repaus în același moment, din pozițiile arătate în figură. Toate suprafețele sunt fără frecare.

   a) **[2p]** Dacă bilele ating solul după timpii $t_A$ și $t_B$, determinați momentul de timp la care distanța dintre bile a fost minimă.

**R:**



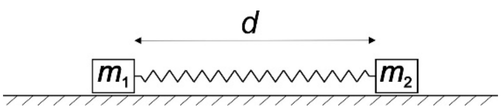

Accelerația de-a lungul fiecărui plan este $a = g\sin\alpha$ cu componentele

$a_y = g\sin^2\alpha$ și $a_x = g\sin\alpha\cos\alpha$

Pe direcție verticală ambele corpuri au aceeași accelerație și pleacă din repaus. Mișcarea lor este identică i.e. distanța dintre ele nu se va modifica (pe direcție verticală).
Distanța dintre ele depinde doar de separarea pe orizontală și e minimă atunci când cele două bile se află pe aceeași verticală. Acea verticală (linia punctată) se află la jumătatea distanței dintre A și B (și pe orizontală se mișcă a fel, dar în direcții diferite (+x (A) și –x (B)).
Notăm $d_A = \frac{1}{2}a_x t_A^2$ și $d_B = \frac{1}{2}a_x t_B^2$ distanțele străbătute de A și B pe orizontală până ajung la baza planului. Se observă că fiecare bilă va parcurge distanța $\frac{d_A - d_B}{2}$ pe orizontală până să întâlnească verticala punctată. $x_A = \frac{1}{2}a_x t_î^2 = \frac{d_A - d_B}{2}$. Înlocuind $d_A$, $d_B$, obținem

$t_î = \sqrt{\frac{t_A^2 - t_B^2}{2}}$

2. **Corpurile cu masele $m_1$ și $m_2$ se află în repaus** pe o suprafață orizontală. Ele sunt legate printr-



un resort ideal având constanta elastică k și lungimea nedeformată $l_0$. **Inițial, distanța dintre corpuri este *d***. Coeficientul de frecare dintre corpuri și suprafața orizontală este μ.

a) [0.5p] Pentru ce valori ale lui *d* problema este definită?

**R:**

Notăm $\delta_0 = d - l_0$, deformarea inițială a resortului.

Asupra fiecărui corp, pe orizontală, acționează forța elastică $k\delta_0$ și câte o forță de frecare, orientată în sens opus forței elastice.

Condiția ca fiecare corp să rămână în repaus este ca forța elastică să fie mai mică decât forța de frecare la alunecare pentru acel corp. La limită, valoarea absolută a lui $k\delta_0$ trebuie să fie egală cu cea mai mica dintre forțele de frecare la alunecare $\mu m_1 g$ sau $\mu m_2 g$.

$|k\delta_0| = k|d - l_0| \leq \mu \min(m_1, m_2) g$ sau $|d - l_0| \leq \frac{\mu \min(m_1,m_2) g}{k}$ adică

$l_0 - \frac{\mu \min(m_1,m_2) g}{k} \leq d \leq l_0 + \frac{\mu \min(m_1,m_2) g}{k}$

b) [3p] Asupra corpului $m_1$ acționăm cu forța minimă necesară pentru ca $m_2$ să înceapă să alunece (forța este constantă, orizontală, orientată înspre $m_2$). Cum depinde această forță de deformarea inițială $\delta_0 = d - l_0$ a resortului?

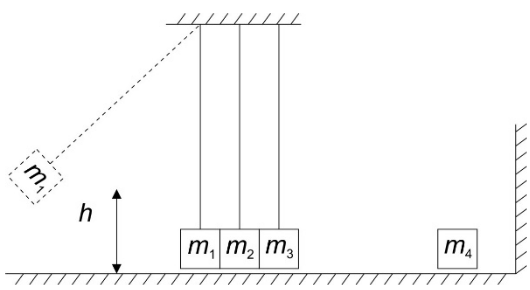
**R:**

Din enunț, $m_2$ e fix. Pentru ca să înceapă să se miște trebuie ca comprimarea resortului să respecte condiția $kx \geq \mu m_2 g$. Axa x e cu originea la distanța $l_0$ față de $m_2$, în poziția nedeformată a resortului.

Pe de altă parte, sub acțiune forței *F*, $m_1$ se mișcă spre dreapta și la un moment dat vom avea:

$F - kx - \mu m_1 g = m_1 \ddot{x}$. Facem o schimbare de variabilă: $x_1 = x - \frac{F - \mu m_1 g}{k}$ și vom putea scrie:

$-kx_1 = m_1 \ddot{x_1}$ care este ecuația unui oscilator ce oscilează în jurul punctului $x_1 = 0$, adică în jurul punctului $x_e = \frac{F - \mu m_1 g}{k}$, noua poziție de echilibru sub acțiunea forțelor *F* și de frecare. Amplitudinea de oscilație este $A = x_e + \delta_0$ . Comprimarea maximă a resortului va fi: $x_e + (x_e + \delta_0)$ adică $2x_e + \delta_0$. Forța elastică ce rezultă din această comprimare este trebuie să fie cel puțin egală cu $\mu m_2 g$.



$k\left(2\frac{F-\mu m_1 g}{k}+\delta_0\right) \geq \mu m_2 g$ de unde $F \geq \frac{\mu(2m_1+m_2 g)-k\delta_0}{2}$

3. Trei corpuri mici de oțel $m_1$, $m_2$ și $m_3$ sunt atârnate vertical, ca în figură. Corpul de masă $m_1$ este tras lateral, ridicat la înălțimea $h$, după care este eliberat. Toate ciocnirile sunt perfect elastice. Se iau în considerare numai primele două ciocniri ($m_1$-$m_2$ și $m_2$-$m_3$). Mișcarea
   a) Demonstrați că alegerea $m_2 = \sqrt{m_1 m_3}$ maximizează deviația corpului $m_3$ și **(1.5p)** determinați înălțimea maximă $h'_{max}$ la care se ridică aceasta. **(0.5p)**

   Imediat după a doua ciocnire, $m_2$-$m_3$, firul lui $m_3$ se rupe. $m_3$ ciocnește frontal un corp $m_4$ de masă $m_4 = m_3$, aflat în repaus $L$. Coeficientul de restituire al ciocnirii este ε.

   b) Determinați vitezele $v'_3$ și $v'_4$ imediat după ciocnire **(0.5p)**
   c) Calculați energia disipată în ciocnire **(0.5p)**

   La distanța $L$ de punctul de ciocnire $m_3$-$m_4$ se află un perete rigid. Corpul $m_4$ ciocnește perfect elastic peretele.

   d) Care va fi viteza corpurilor $m_3$ și $m_4$ după a doua ciocnire a lor, care are loc tot cu coeficient de restituire ε? **(0.5p)**