Barem / Javítókulcs:

Problema 1. Feladat

a) Pe baza principiului II/ A második alaptörvény alapján:

$$F\cos\alpha + mg\sin\alpha \;-\; \mu\big(mg\cos\alpha + F\sin\alpha\big) \;=\; m\,a.$$

$$a = \frac{F\cos\alpha \;+\; mg\sin\alpha \;-\; \mu\,mg\cos\alpha \;-\; \mu\,F\sin\alpha}{m}.$$

Substituind / Behelyettesítve $F = \frac{mg}{2}$:

$$a = \frac{\frac{mg}{2}\cos\alpha + mg\sin\alpha - \mu\,mg\cos\alpha - \mu\,\frac{mg}{2}\sin\alpha}{m} = \frac{g}{2}\cos\alpha + g\sin\alpha - \mu\,g\cos\alpha - \frac{\mu\,g}{2}\sin\alpha.$$

Folosim / Felhasználva $\mu = \operatorname{tg}\alpha$:

$$a = \frac{g}{2}\cos\alpha\,(1 - \operatorname{tg}^2\alpha).$$

Aplicând formula Galilei, viteza la baza planului (punctul B)- Galilei törvénye alapján a test sebessége a lejtő alján (a B pontban):

$$v_B^2 = \frac{2\,a\,h}{\sin\alpha} \quad\Longrightarrow\quad v_B = \sqrt{\frac{2\,a\,h}{\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot\frac{g}{2}\cos\alpha\,(1-\operatorname{tg}^2\alpha)\,h}{\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{gh\,(1-\operatorname{tg}^2\alpha)}{\operatorname{tg}\alpha}}$$

Cu $h = 8R/3$ și $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$:

$$v_B = \sqrt{\frac{g\frac{8R}{3}}{\frac{1}{2}}(1-\frac{1}{4})} \quad\Longrightarrow\quad v_B = \sqrt{4gR}.$$

$$\boxed{v_B = 2\sqrt{gR}}$$

Din conservarea energiei mecanice avem:/ Energiamegmaradás alapján:

$$v_C^2 = 2gR \Rightarrow \boxed{v_C = \sqrt{2gR}} \quad \textbf{(12p)}$$

b) Până la coliziunea cu plastilina avem mișcare verticală uniform accelerată în sus, cu accelerația g în jos:/Az ütközés pillanatáig a test egyenesvonalú, egyeneletesen gyorsuló mogást végez, amelyre a gyorsulásvektor nagysága g és lefele mutat:

$$\frac{R}{2} = v_C t - \frac{1}{2}gt^2$$

Rezolvăm ecuația:/Az egyenletet megoldva

$$\frac{R}{2} = \sqrt{2gR}\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t^2 - \frac{2}{g}\sqrt{2gR}t + \frac{R}{g} = 0$$

Rădăcina pozitivă mai mică:/ kisebb értékű pozitív gyök:

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{R}{g}}\left(\sqrt{2} - 1\right)} \quad \textbf{(10p)}$$

c) Lungimea resortului după oprire se poate afla prin următorii pași: / A megállás pillanatában a rugó hossza meghatározható az alábbi lépéseket követve:

Viteza bilei înainte de ciocnire:/ a golyó sebessége közvetlenül az ütközés elött Din conservarea energiei sau din formula Galilei:/ Az energiamegmaradás vagy a Galilei törvényét alkalmazva:

$$v = \sqrt{v_C^2 - 2g\frac{R}{2}} = \sqrt{2gR - gR} = \sqrt{gR} \quad \textbf{(2p)}$$

Conservarea impulsului în ciocnirea perfect plastică:/Tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén az impulzus megmarad:

$$mv + 0 = (2m)V \Rightarrow V = \frac{v}{2} = \frac{\sqrt{gR}}{2} \quad \textbf{(4p)}$$

Conservarea energiei:/Energiamegmaradás greutatea bilei aflate inițial pe resort este anulată de forța elastică din resort în poziția de echilibru, astfel lucrul mecanic al acestor forțe nu se mai ia în considerare, deci avem:/ A rugón kezdetben elhelyezkedő gyurma súlyát a rugó rugalmas ereje kiegyenlíti az egyensúlyi helyzetben, így ezen erők mechanikai munkáját már nem kell figyelembe venni, tehát:

$$\frac{1}{2}(2m)V^2 = \frac{1}{2}k\Delta l^2 + mg\Delta l \quad \textbf{(6p)}$$

$$\Rightarrow \Delta l^2 + R\Delta l - \frac{R^2}{4} = 0 \Rightarrow \Delta l = -\frac{R}{2} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4}} = -\frac{R}{2}\left(1 \pm \sqrt{2}\right)$$

Alegem soluția pozitivă./ Csak a pozitív megoldás fogadható el. **(1p)**

Lungimea finală: / A rugó hossza:

$$l = l_0 + R/2 - \Delta l\,, \quad \textbf{(1p)} \quad \text{deci} \quad l = l_0 + R/2 - \frac{R}{2}\left(\sqrt{2} - 1\right) = l_0 + R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Răspuns:

$$\boxed{l = l_0 + R\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \quad \textbf{(1p)}$$

d) Forța totală de tracțiune / Az eredő húzóerő

$$F = mg\sin\alpha + \mu\, mg\cos\alpha$$

Lucrul mecanic al forței de tracțiune pe distanța l / A húzóerő által végzett mechanikai munka l távolság megtétele után

$$L = F \cdot l = \left(mg\sin\alpha + \mu\, mg\cos\alpha\right) l$$

Energia utilă (câștigul)/ Hasznos mechanikai energia (nyereség)

$$E_u = mgh = mg\,(l\sin\alpha)$$

Randamentul planului înclinat / A lejtő hatásfoka

$$\eta = \frac{E_u}{L} = \frac{mg\,l\sin\alpha}{\left(mg\sin\alpha + \mu\, mg\cos\alpha\right) l} = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}$$

$$\eta = \frac{\sin\alpha/\cos\alpha}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)/\cos\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \mu} = \frac{1}{2}$$

Răspuns:

$$\boxed{\eta = \frac{1}{2}} \quad \textbf{(8p)}$$

Problema 2. Feladat

Transformarile 1-2 si 4-3 sunt liniare din ecuația dreptei $p = aV + b$, impunând conditiile la limita $p = 0$, $V = 0$ putem afla: $b = 0$ / Az 1-2 és 4-3 átalakulások lineárisak a $p = aV + b$ egyenes egyenletéből, a határfeltételek $p = 0$, $V = 0$ alkalmazásával megállapíthatjuk: $b = 0$

legea transformarii 1-2 este: / 1-2 folyamat törvénye

$$\frac{p}{V} = a = ct$$

avem pentru transformarea 1-2 / ezt alkalmazva

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1}$$

Pentru 3-4 vom avea / 3-4 folyamat esetén

$$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_4}{V_4} \Rightarrow p_3 = \frac{p_4V_3}{V_4} = \frac{p_4 \cdot 4V_1}{V_2}$$

Transformarea 1-4 este izoterma:/ 4-1 izotermára $p_1V_1 = p_4V_4 \Rightarrow p_4 = \frac{p_1V_1}{V_4} = \frac{p_1V_1}{V_2}$
Transformarea 2-3 este izoterma si avem:/ hasonlóan a 2-3 izotermára $p_2V_2 = p_3V_3$
introducem rezultatele de mai sus in relatie si avem / megoldva a rendszert

$$\frac{p_1V_2}{V_1} \cdot V_2 = \frac{p_4 \cdot 4V_1}{V_2} \cdot 4V_1$$

$$\frac{p_1V_2}{V_1} \cdot V_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} \cdot \frac{4V_1}{V_2} \cdot 4V_1$$

$$\frac{V_2^2}{V_1} = \frac{16V_1^3}{V_2^2}$$

$$V_2^4 = 16V_1^4 \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

b) $p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1} = \frac{p_1 \cdot 2V_1}{V_1} = 2p_1$

$p_3V_3 = p_2V_2 \Rightarrow p_3 = \frac{2p_1 \cdot 2V_1}{V_3} = \frac{4p_1V_1}{4V_1} = p_1$

$p_4 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{p_1V_1}{2V_1} = \frac{p_1}{2}$

c) lucrul mecanic total / Eredő mechanikai munka $W_t = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$

Pe W_{12} il calculam ca aria de sub grafic la fel si pe W_{34} / A W_{12} és W_{34} munkák értéke számolható mint a görbék alatti terület

$W_{12} = \frac{(p_1+p_2)(V_2-V_1)}{2} = \frac{(p_1+2p_1)(2V_1-V_1)}{2} = \frac{3p_1V_1}{2}$

$W_{23} = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} = p_2V_2 \ln\frac{4V_1}{2V_1} = 2p_1 \cdot 2V_1 \ln 2 = 4p_1V_1 \ln 2$

$W_{34} = \frac{(p_4+p_3)(V_4-V_3)}{2} = \frac{(\frac{p_1}{2}+p_1)(2V_1-4V_1)}{2} = -\frac{3p_1V_1}{2}$

$W_{41} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_4} = -p_1V_1 \ln\frac{V_4}{V_1} = -p_1V_1 \ln\frac{2V_1}{V_1} = -p_1V_1 \ln 2$

$W_t = \frac{3p_1V_1}{2} + 4p_1V_1 \ln 2 - \frac{3p_1V_1}{2} - p_1V_1 \ln 2 = 3p_1V_1 \ln 2$

d) randamentul $\eta = \frac{W_t}{Q_p}$

$Q_p = Q_{12} + Q_{23}$

$Q_{12} = \Delta U + W_{12} = \upsilon C_V(T_2 - T_1) + W_{12} = \upsilon\frac{5}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{3p_1V_1}{2}$

$= \frac{5}{2}(\upsilon RT_2 - \upsilon RT_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = \frac{5}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{3p_1V_1}{2}$

$Q_{12} = \frac{5}{2}(4p_1V_1 - p_1V_1) + \frac{3p_1V_1}{2} = 9p_1V_1$

$Q_{23} = \Delta U + W_{23} = 0 + 4p_1V_1 \ln 2 = 4p_1V_1 \ln 2$

$Q_p = 9p_1V_1 + 4p_1V_1 \ln 2 = p_1V_1(9 + 4\ln 2)$

$\eta = \frac{W_t}{Q_p} = \frac{3p_1V_1 \ln 2}{p_1V_1(9+4\ln 2)} = \frac{3\ln 2}{9+4\ln 2} = 17,66\%$

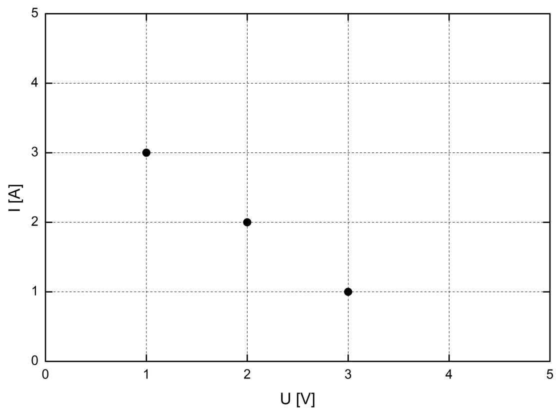
Problema 3. Feladat

a) (10 p)

U[V]	1	2	3
I[A]	3	2	1
$R=\frac{U}{I}$	0,33 Ω	1 Ω	3 Ω

Valoarea minimă a curentului se obține atunci când cursorul este la capătul rezistorului și are valoarea maximă./ A legkisebb áramerősség akkor érhető el, amikor a csúszka az ellenállás végénél van, és értéke a legnagyobb.

b) (10 p)



$$E = Ir + U \Rightarrow I \equiv I(r) = \frac{E}{r} - \frac{U}{r}$$

c) (10 p) Se acceptă ca și metode de rezolvare corecte atât varianta cu sistem de două ecuații cu două necunoscute obținut pe baza tabelului și rezolvat corect, cât și metoda grafică ($E =$ intersecția graficului cu axa tensiunilor, $r =$ inversul pantei graficului) / Helyes megoldási módszerként elfogadható mind a táblázat alapján felállított két egyenletből álló egyenletrendszer és annak helyes megoldása, mind a grafikus módszer ($E =$ a grafikon metszéspontja a feszültségtengellyel, $r =$ a grafikon meredekségének reciproka):

$$E = 4\ V; r = 1\ \Omega$$

d) (15 p)

Valoarea maximă a intensității curentului prin circuit se obține pentru celălalt capăt al cursorului, când $R = 0$ / Az áramkörön átfolyó áram erőssége a legnagyobb akkor, amikor $R = 0$:

$$I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow I_{max} = \frac{E}{r} = 4\ A.$$

Problema 4. Feladat

a)-b) (20 p) $|\gamma| = 4$

Cazul I/I. eset: $\gamma = 4 = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = 4p_1$

$D = p_2 - p_1 = 4p_1 - p_1 = 3p_1 = 60\ cm \Rightarrow p_1 = 20\ cm \Rightarrow p_2 = 80\ cm$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} \Rightarrow f = \frac{p_2 p_1}{p_1 - p_2} = -26,(6)\ cm$$

Soluția nu se acceptă deoarece lentila este divergentă.

Cazul II/II. eset: $\gamma = -4 = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = -4p_1$

$D = p_2 - p_1 = -4p_1 - p_1 = -5p_1 = 60\ cm \Rightarrow p_1 = -12\ cm \Rightarrow p_2 = 48\ cm$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} \Rightarrow f = \frac{p_2 p_1}{p_1 - p_2} = 9,6\ cm$$

În cazul în care cazurile I și II nu sunt discutate separat punctajul scade cu 5 puncte. / Abban az esetben ha az I. es II. eset nincs kulon targyal a pontszam 5 ponttal csokkentendo.

c) $\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow n = 1 + \frac{R}{f} = 1,5$

a) (15 p)

$\frac{1}{f'} = \frac{\frac{n}{n_{apa}} - 1}{R} \Rightarrow f' = 38,4\ cm$

$$p_2' = \frac{p_1 f'}{p_1 + f'} = -17,45\ cm \Rightarrow$$

imaginea se deplaseaza inspre lentila cu $65,45$ cm / a kep e lencse iranyaba mozdul $65,45$ cm-t.