❑ Interacţiuni. Diagramele Feynman

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi \qquad H(t) = H_0 + H'(t)$$

H_0- **hamiltonian neperturbat**
H' – **hamiltonian perturbativ (dependent de timp)**

- **Regula de aur a lui Fermi** - Rata de tranziţie de la o stare iniţială la o stare finală (Γ_{ij}) în urma unei interacţiuni:

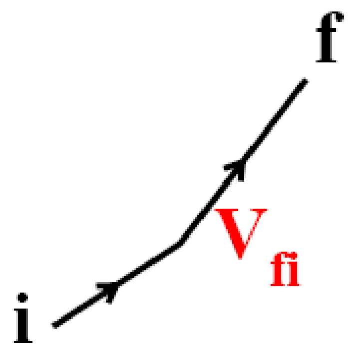
$$\Gamma_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar}|M_{fi}|^2\rho(E_f)$$

$\rho\ (E_f)$ – densitatea stărilor finale

- În teoria perturbaţiei (TP) de ordinul **1**, elementul de matrice M_{fi}

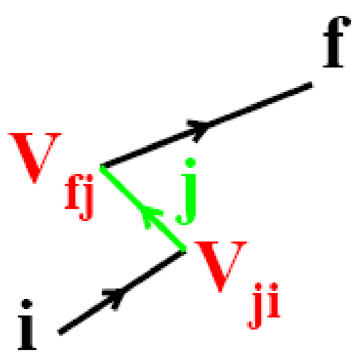
$$\mathrm{M}_{fi} = \langle\psi_f|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_i\rangle$$

$\hat{\mathrm{H}}'$ – operatorul corespunzător hamiltonianului de interacţie dintre starea iniţială şi finală



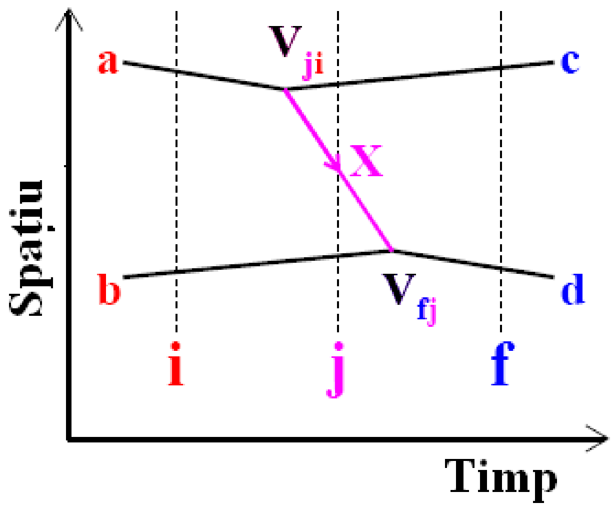
- În teoria perturbaţiei de ordinul **2**, elementul de matrice M_{fi}

$$\mathrm{M}_{fi} \rightarrow \mathrm{M}_{fi} + \sum_{j\neq i}|\mathrm{M}_{fj}|\frac{1}{E_i - E_j}|\mathrm{M}_{ji}|$$



- Sumarea se face pe toate stările intermediare **j** , iar $\mathbf{E_i}$ şi $\mathbf{E_j}$ sunt energiile stărilor iniţiale şi finale pentru starea intermediară

- Considerăm o interacţiune binară cu cuanta de schimb X



$$\boxed{a + b \rightarrow c + d}$$

stare initiala, i: a+b

stare finala, f: c+d

stare intermediara, j: b+c+X

ordinea in timp $a \rightarrow c + X$ urmata $b + X \rightarrow d$

- ✓ Elementul de matrice M_{fi} în TP de ordinul 2

$$\mathrm{M}_{fi}^{ab} = \frac{\langle\psi_f|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_j\rangle\langle\psi_j|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_i\rangle}{E_i - E_j}$$

$$= \frac{\langle\psi_d|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_b\rangle\langle\psi_c\psi_X|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_a\rangle}{(E_a + E_b) - (E_c + E_X + E_b)}$$

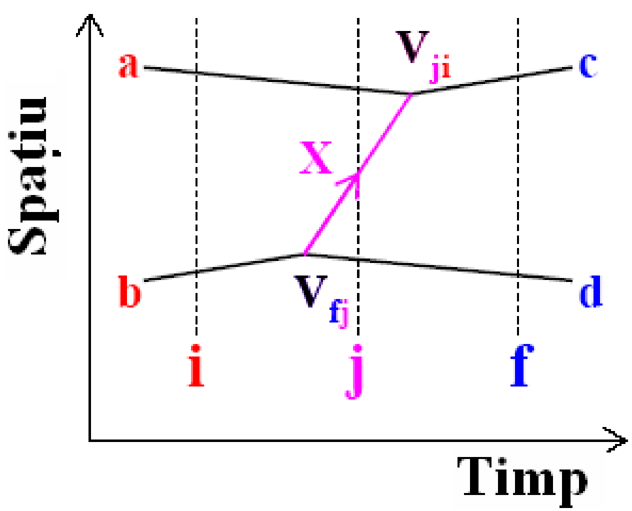
$$= \frac{\langle\psi_d|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_b\rangle\langle\psi_c\psi_X|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_a\rangle}{(E_a - E_c - E_X)}$$

- Impulsul se conservă în : a→c+X, b+X→d
- Pentru particula de schimb cu masa nenulă: $E_X^2 - p_X^2 = m_X^2$

✓ Elementele de matrici $\langle\psi_c\psi_X|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_a\rangle \quad \langle\psi_d|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_b\rangle$

depind de tăria interacţiunii g $\quad \langle\psi_d|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_b\rangle = g$

considerand ordinea in timp $b + X \rightarrow d$ **urmata** $a \rightarrow c + X$



✓ Elementul de matrice M_{fi} în TP de ordinul 2

$$\mathrm{M}_{fi}^{ba} = \frac{\langle\psi_c|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_a\rangle\langle\psi_d\psi_X|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_b\rangle}{(E_a + E_b) - (E_d + E_X + E_a)}$$

$$= \frac{\langle\psi_c|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_a\rangle\langle\psi_d\psi_X|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_b\rangle}{(E_b - E_d - E_X)}$$

$$= \frac{\langle\psi_c|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_X\psi_a\rangle\langle\psi_d\psi_X|\hat{\mathrm{H}}'|\psi_b\rangle}{(E_b - E_d - E_X)}$$

- Considerând o interacţiune cu cuantă de schimb comună, adică:

$$\langle \psi_c | \hat{\mathrm{H}}' | \psi_X \psi_a \rangle = \langle \psi_d \psi_X | \hat{\mathrm{H}}' | \psi_b \rangle = g$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{M}_{fi}^{ba} = \frac{g^2}{(E_b - E_d - E_X)} \times \frac{1}{2E_X}$$

- Factorul **1/2E**$_X$ provine din condiţia de normalizare

- Făcând suma peste ambele rate de tranziţie de ordinul 2, rezultă

$$\begin{aligned} \mathrm{M}_{fi} &= \mathrm{M}_{fi}^{ab} + \mathrm{M}_{fi}^{ba} \\ &= g^2 \left(\frac{1}{E_a\text{-}E_c\text{-}E_X} + \frac{1}{E_b\text{-}E_d\text{-}E_X} \right) \times \frac{1}{2E_X} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textbf{deoarece} \quad E_a + E_b &= E_c + E_d \\ \Rightarrow \quad E_b - E_d &= E_c - E_a \end{aligned}$$

rezulta

$$\mathrm{M}_{fi} = g^2 \left(\frac{1}{E_a\text{-}E_c\text{-}E_X} + \frac{1}{E_c\text{-}E_a\text{-}E_X} \right) \times \frac{1}{2E_X}$$

$$= g^2 \left(\frac{1}{E_a\text{-}E_c\text{-}E_X} - \frac{1}{E_a\text{-}E_c\text{+}E_X} \right) \times \frac{1}{2E_X}$$

$$= g^2 \frac{2E_X}{(E_a - E_c)^2 - E_X^2} \times \frac{1}{2E_X}$$

➢ **Din ordinul 1 al perturbaţiei** $E_X^2 = (\tilde{\mathrm{p}}_a - \tilde{\mathrm{p}}_c)^2 + m_X^2$

prin urmare:

$$\mathrm{M}_{fi} = \frac{g^2}{(E_a - E_c)^2 - (\tilde{\mathrm{p}}_a - \tilde{\mathrm{p}}_c)^2 - m_X^2}$$

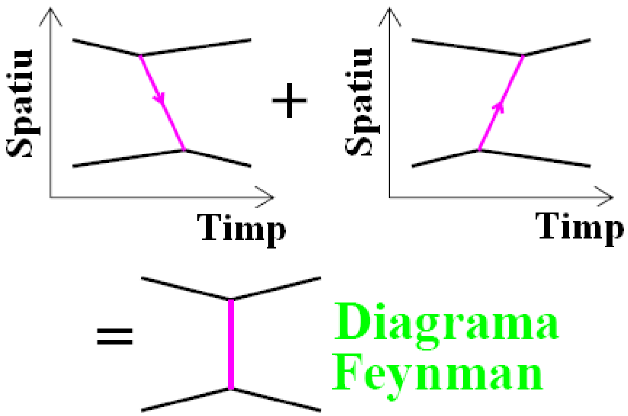
$$\mathrm{M}_{fi} = \frac{g^2}{q^2 - m_X^2}$$

cu $q^2 = q^\mu q_\mu = E^2 - |\tilde{\mathrm{p}}|^2$ invariant Lorentz

masa nula

✓ Termenul $\boxed{\frac{1}{q^2 - m^2}}$ se numeşte propagator $\boxed{\frac{1}{q^2}}$

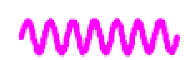
➢ Suma ordonărilor în timp a interacţiunilor se reprezintă prin **Diagrame Feynman**

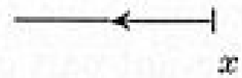
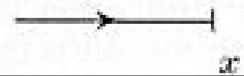
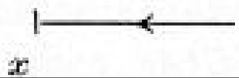
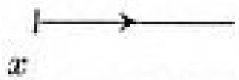
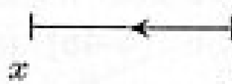
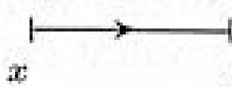
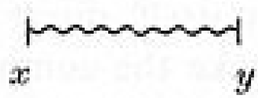
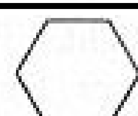


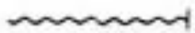
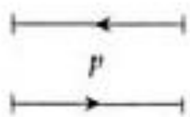
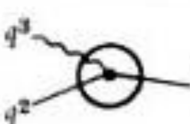
➢ Liniile particulelor care intră sau părăsesc diagrama corespund particulelor reale (trebuie să satisfacă invariantul masă-impuls **$E^2=p^2+m^2$**)

➢ Liniile particulelor intermediare diagramei corespund particulelor virtuale (nu satisfac invariantul masă-impuls)

➢ Diagramele Feynman sunt reprezentări grafice ale amplitudinilor particulelor aflate în interacţiune (împrăştiere, dezintegrare) prin forţe de schimb

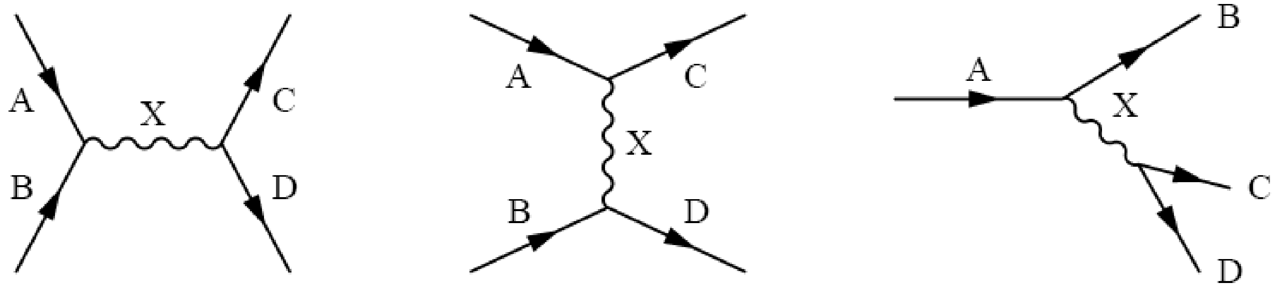
Fotoni sau Bosoni Masivi ($W^{\pm}$, Z^0)	
Gluoni	
Fermioni	
Bosoni Higgs	

Nume	Element grafic	Echivalent matematic	Interpretare fizica
linie de iesire a N		$\bar{\psi}^{+}(x)$	N emis
linie de iesire a $\overline{\mathrm{N}}$		$\psi^{+}(x)$	$\overline{\mathrm{N}}$ emis
linie de intrare a N		$\psi^{-}(x)$	N absorbit
linie de intrare a $\overline{\mathrm{N}}$		$\bar{\psi}^{-}(x)$	$\overline{\mathrm{N}}$ absorbit
linie de iesire a π		$\varphi^{+}(x)$	π emis
linie de intrare a π		$\varphi^{-}(x)$	π absorbit
linie interna a N linie interna a $\overline{\mathrm{N}}$	 	$iS_F(x-y)$ $-iS_F(y-x)$	N virtual $\overline{\mathrm{N}}$virtual
linie interna a π		$i\Delta_F(x-y)$	π virtual
vertex	$\overset{\bullet}{x}$	$-g_0\gamma_5$ and $\int dx$	interactiune
bucla inchisa de N		precede cu $-\mathrm{Tr}$	—

Element grafic	Echivalent matematic	Interpretare fizica
 p, s	$V^{-1/2}\left(\frac{m_0}{\nu_p}\right)^{1/2}\bar{u}(\mathbf{p};s)$	N emis
 p, s	$V^{-1/2}\left(\frac{m_0}{\nu_p}\right)^{1/2}v(\mathbf{p};s)$	$\overline{\mathrm{N}}$ emis
 p, s	$V^{-1/2}\left(\frac{m_0}{\nu_p}\right)^{1/2}u(\mathbf{p};s)$	N absorbit
 p, s	$V^{-1/2}\left(\frac{m_0}{\nu_p}\right)^{1/2}\bar{v}(\mathbf{p};s)$	$\overline{\mathrm{N}}$ absorbit
 k	$V^{-1/2}\frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}$	π emis
 k	$V^{-1/2}\frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}$	π absorbit
 p p	$\frac{i}{(2\pi)^4}S_F(p)\equiv\frac{i}{(2\pi)^4}\frac{\gamma p+m_0}{m_0^2-p^2-i\epsilon}$ and $\int dp\cdots$	N virtual $\overline{\mathrm{N}}$virtual
 k	$\frac{i}{(2\pi)^4}\Delta_F(p)\equiv\frac{i}{(2\pi)^4}\frac{1}{m_0^2-k^2-i\epsilon}$ and $\int dk\cdots$	π virtual
 q^3 q^2 q^1	$-g_0\gamma_5(2\pi)^4\delta(q^1-q^2-q^3)$	interactiune

➢ Diagramele Feynman pentru diferite interacţiuni:

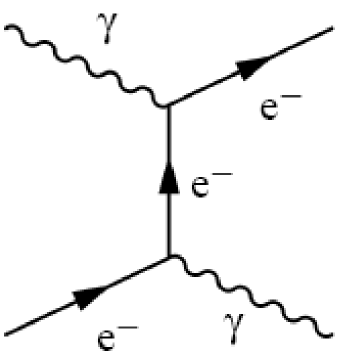
A+B→C+D - împrăştiere
A→B+C+D - dezintegrare



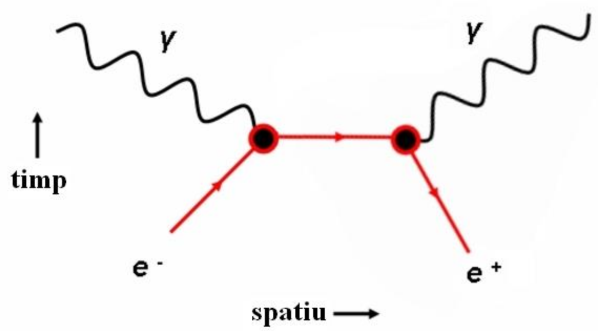
A, B, C şi D sunt quarci, leptoni, antiquarci sau antileptoni, iar X sunt particulele de schimb (fotoni, gluoni, bosoni $W^{\pm}$ şi Z^{0}). Fotonii *pot fi particule libere şi putem avea fotoni care intră şi ies, însa nu gluoni sau bosoni etalon.*

Exemplu:

Compton



anihilare



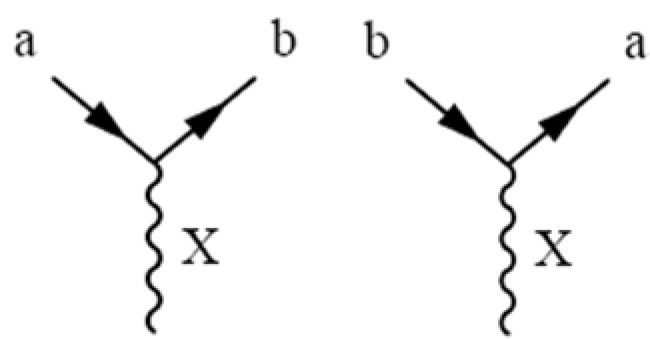
- Diagramele pot fi construite cu un număr de vortexuri (puncte de întâlnire a două linii). La fiecare vortex, sarcina (Q) , numărul barionic (B) şi numărul leptonic (L) trebuie să se conserve.

- În cazul quarcilor, conservarea aromei (flavour) depinde de tipul interacţiunii (tipul X); astfel pentru interacţiunea tare (X=gluon) sau electromagnetică (X=foton), aroma quarcilor se conservă. Pentru interacţiunea slabă , aroma se conservă dacă $X=Z^0$ dar nu şi în cazul $X=W^{\pm}$.

- Dacă două particule interacţionează prin cuanta de câmp X, acest proces se scrie sub forma :

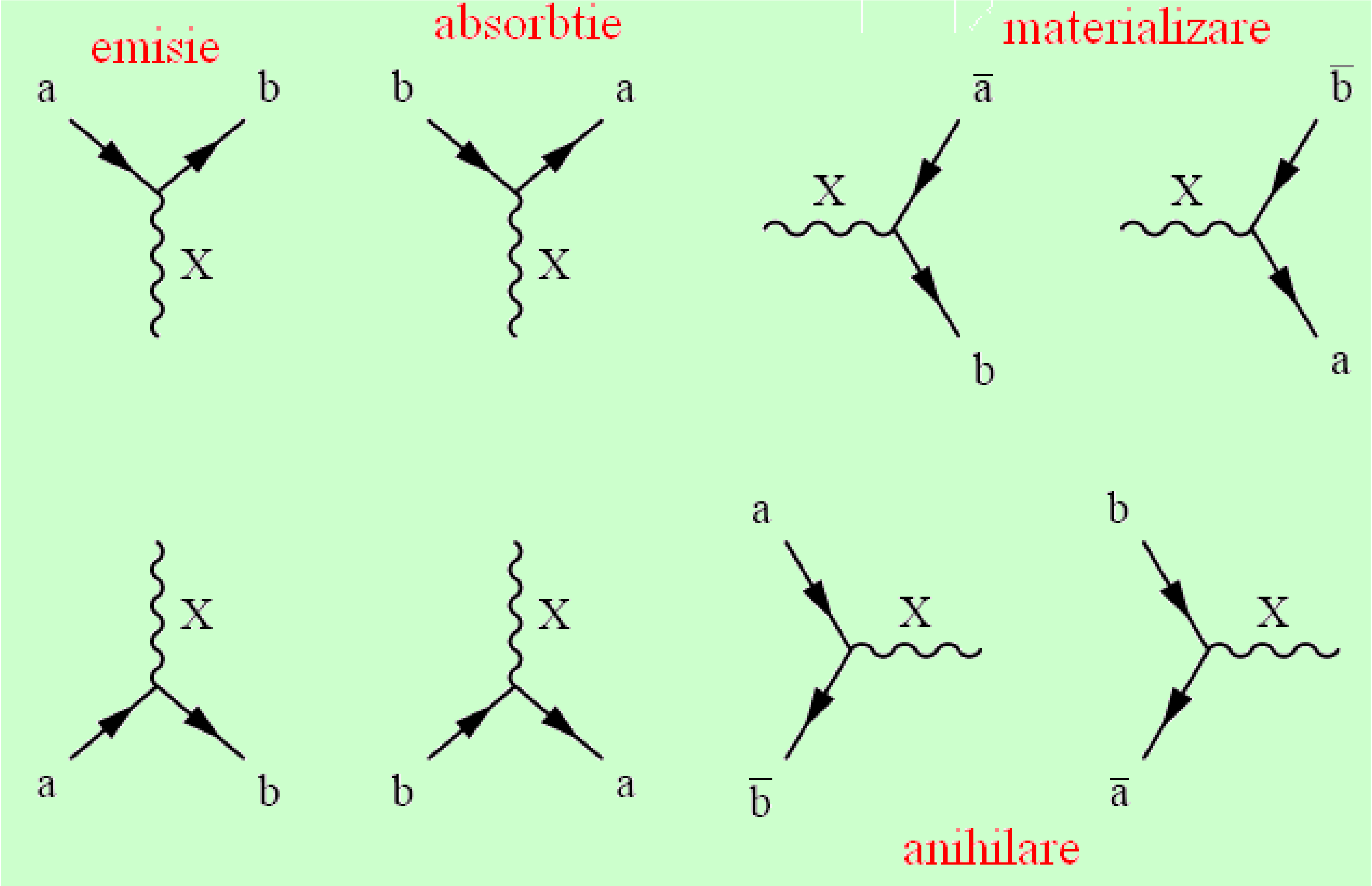
emisie

absorbţie

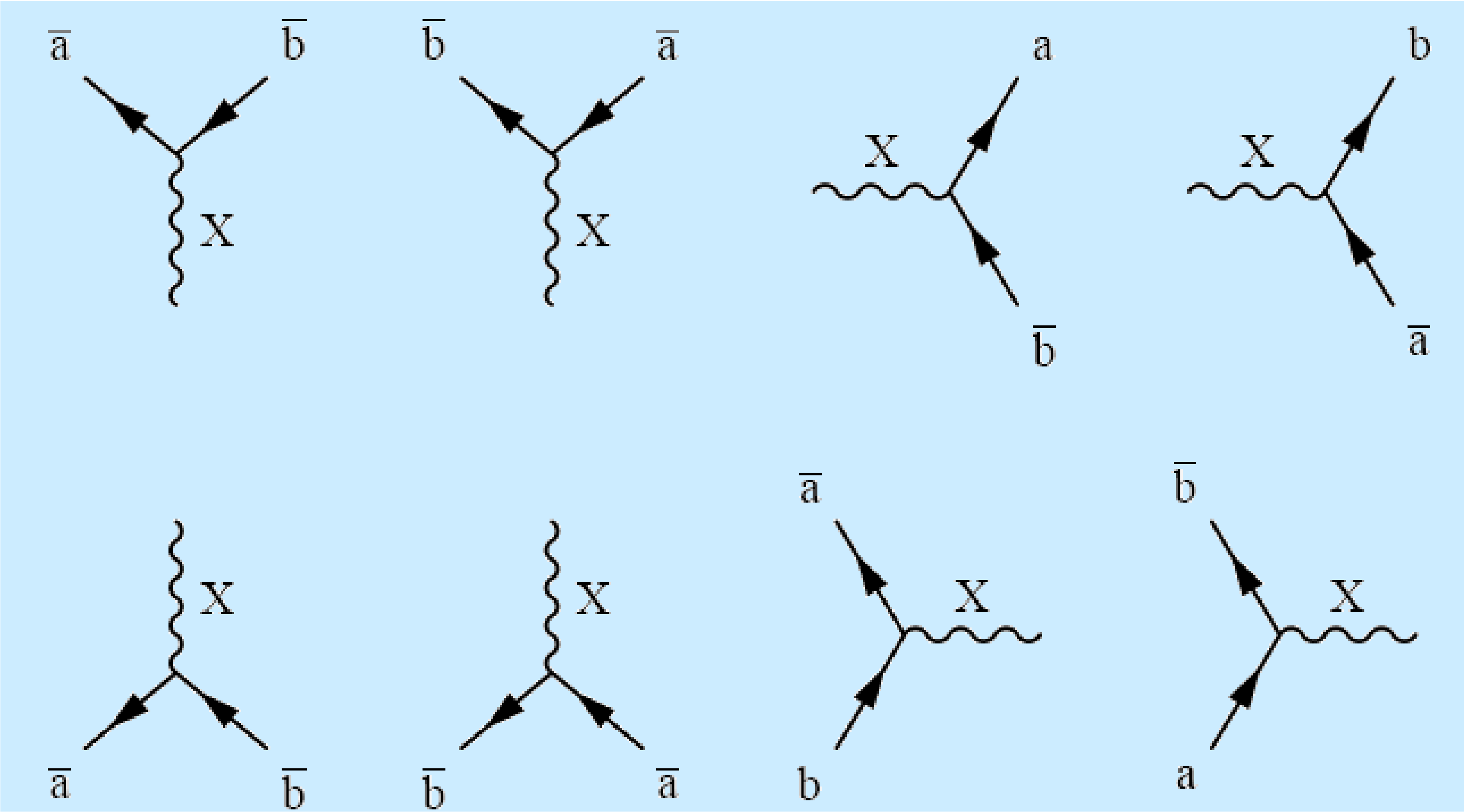


➢ Sunt posibile interacţiunile corespunzătoare diagramelor obţinute:

(a) prin rotirea diagramei originale

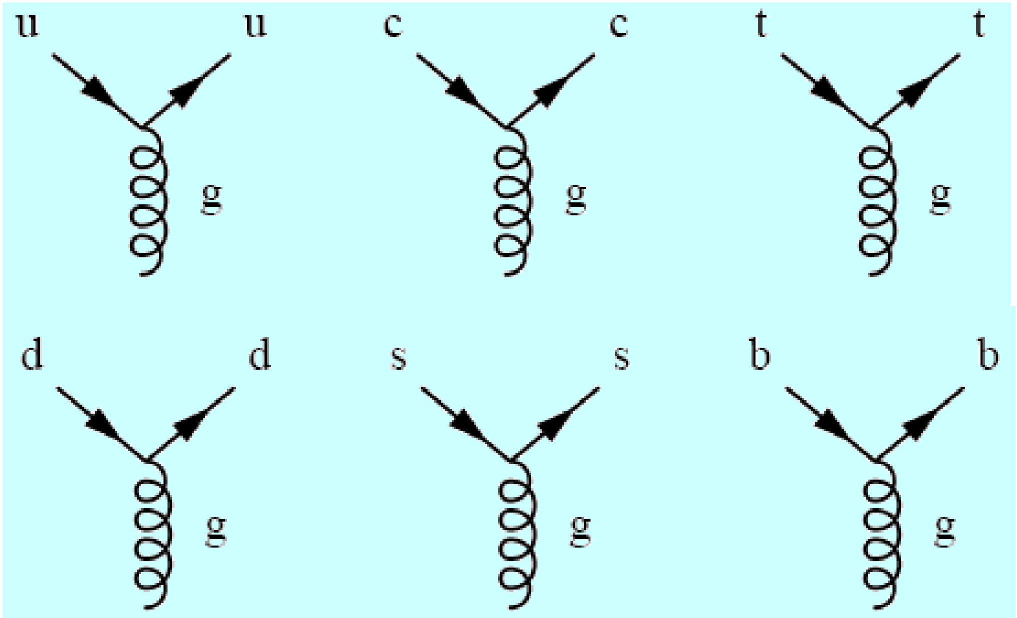


(b) Prin schimbarea particulelor în antiparticule (conjugarea de sarcină):

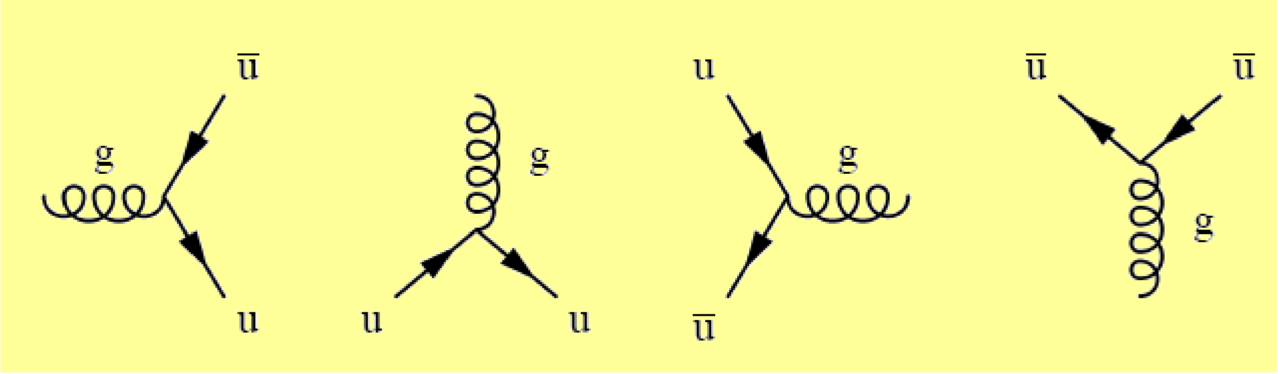


Interacţiunea tare (X=gluon, g)

- Gluonii cuplează quarcii numai şi numai dacă valori ale lui a şi b sunt următoarele:

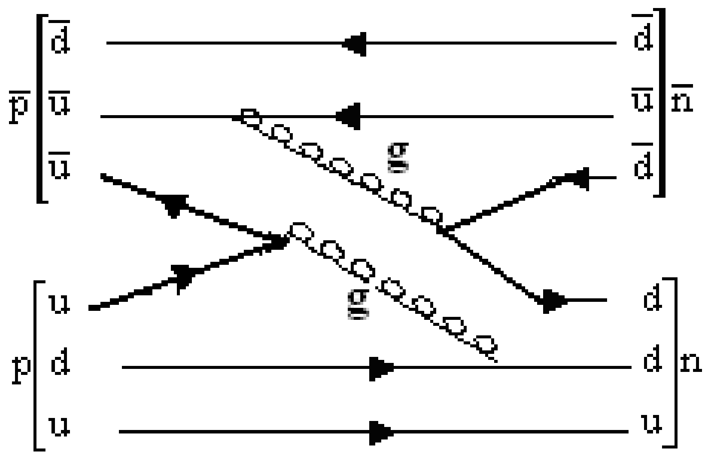


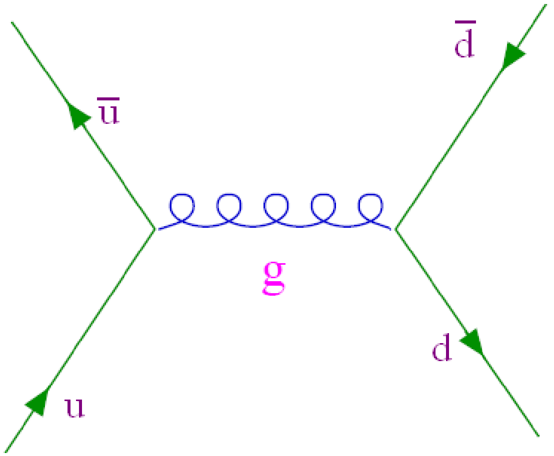
şi alte configuraţii de tipul :



➢ ***Exemplu**: interacţiunea tare dintre un proton şi un antiproton la energii înalte:*

$$\bar{p} + p \rightarrow \bar{n} + n$$



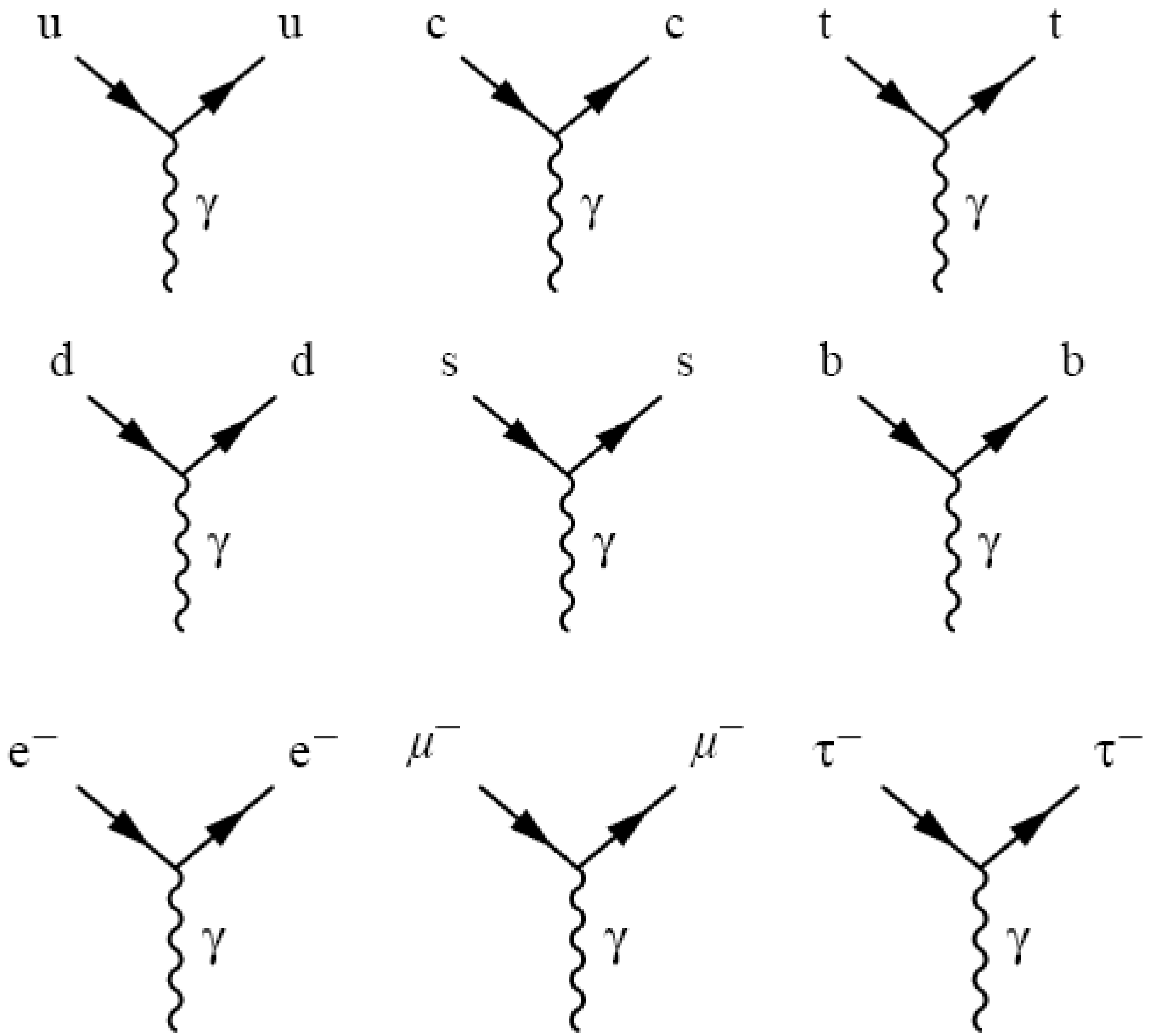


✓ quarcul anti-up a anti-protonului anihilează quarcul up al protonului emiţând un gluon

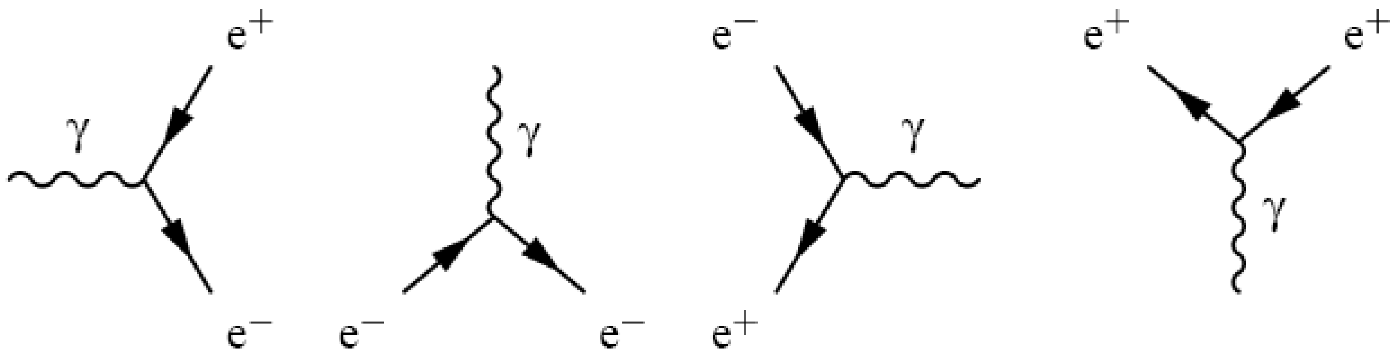
✓ quarcul anti-up al antiprotonului emite un gluon şi acesta se materializează într-un quarc anti-down şi un quarc down

Interacţiunea electromagnetică (X=foton, γ)

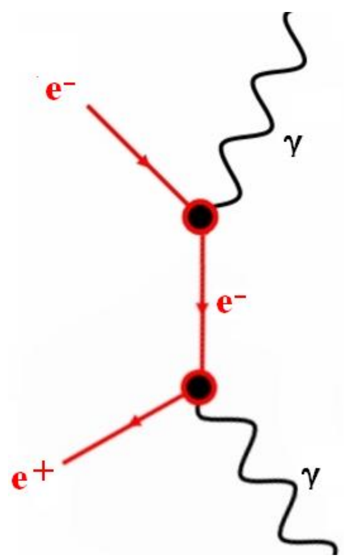
- Cuanta de schimb sunt fotonii care cuplează particule încărcate numai şi numai dacă valori ale lui a şi b sunt următoarele:



şi alte configuraţii de tipul :



- ✓ Exemplu: anihilarea electro-pozitron $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$

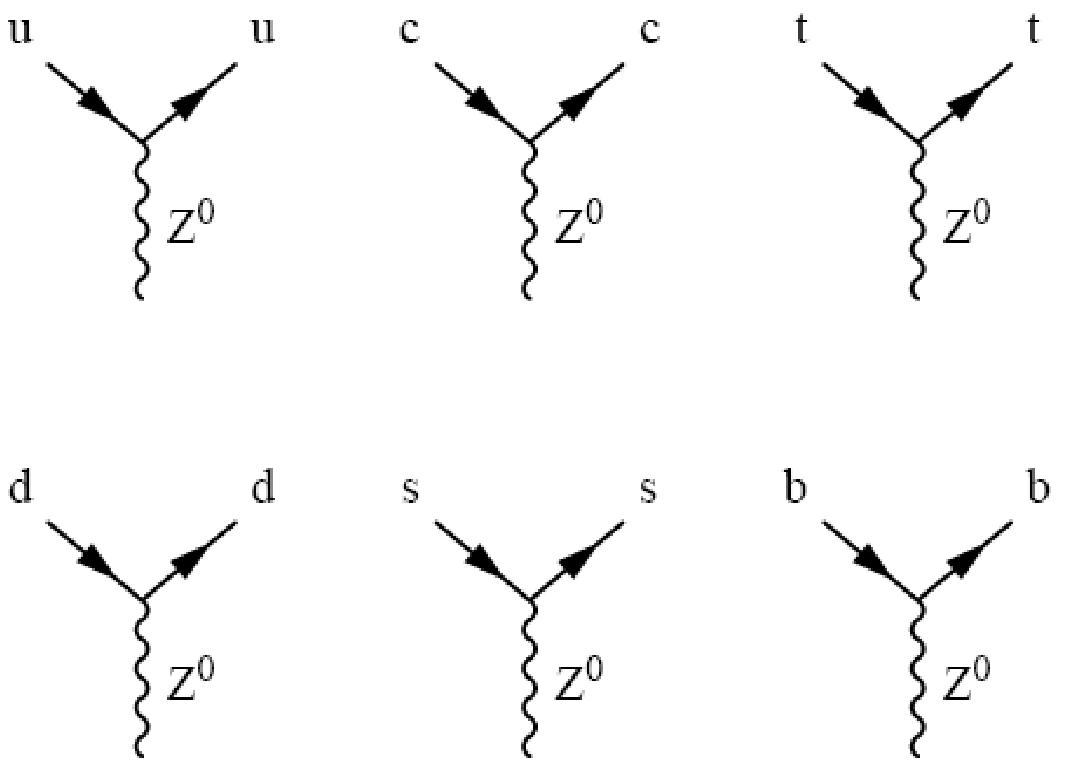


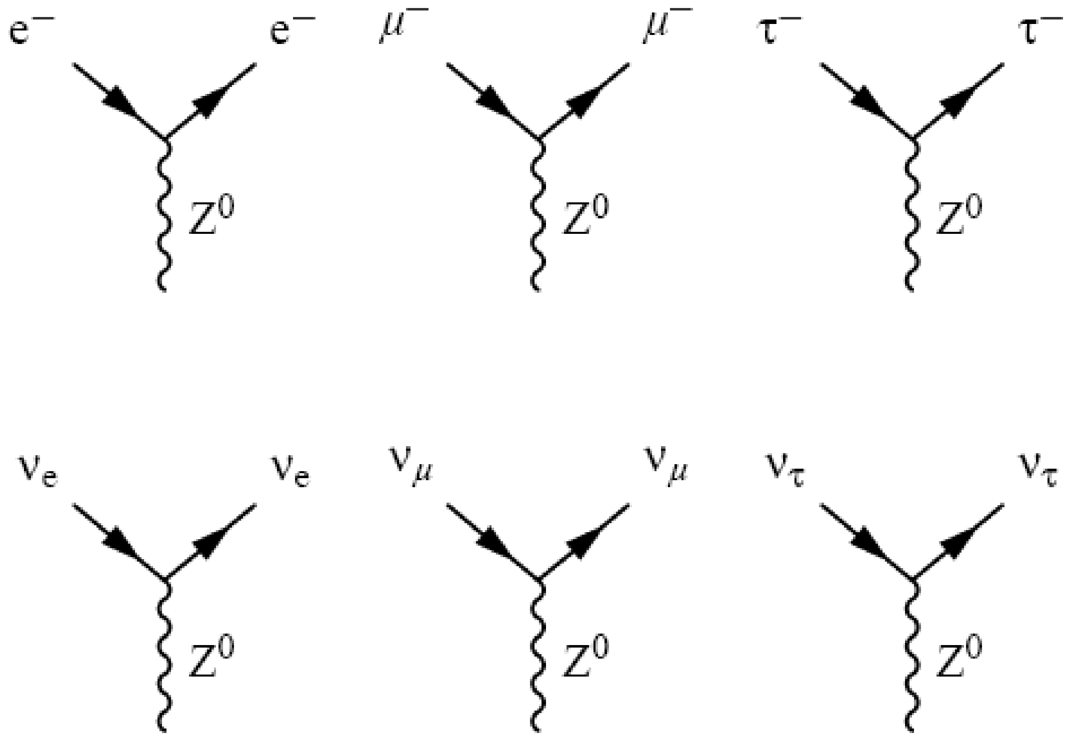
- ✓ Electronul emite un foton real şi devine un foton virtual.
- ✓ Fotonul virtual anihilează pozitronul cu emiterea unui nou foton.
- ✓ Aşadar este o combinaţie de două vortexuri: electromagnetic-leptonic

Interacţiunea slaba ($X=W^{\pm}, Z^0$)

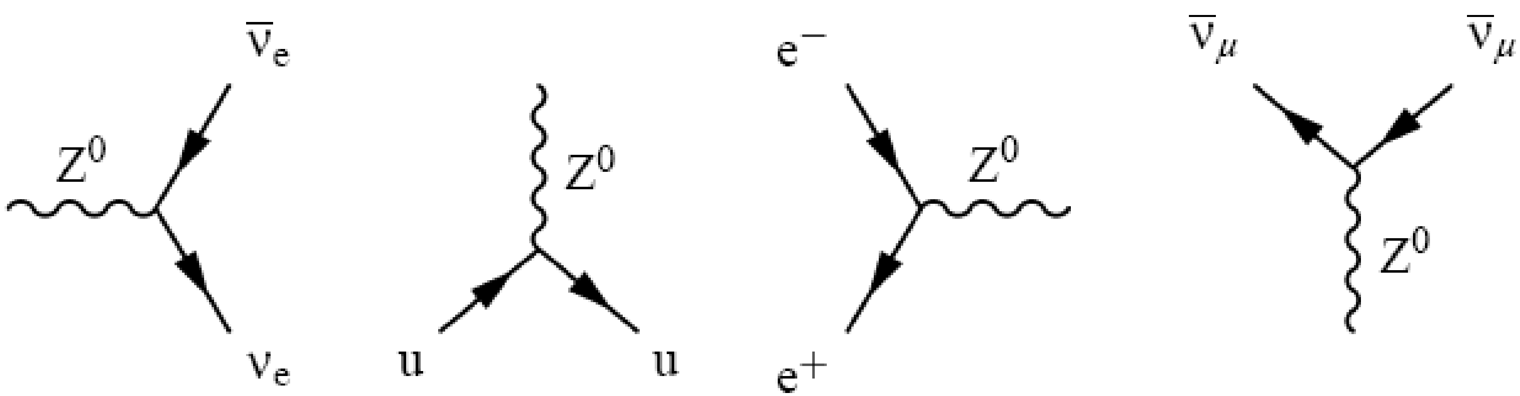
- Pentru interacţiunea slabă X sunt bosonii Z^0 şi $W^{\pm}$

- Bosonul Z^0 cuplează cu toţi quarcii şi leptonii fără schimbarea aromei (flavour) acestora prin următoareale valori permise:



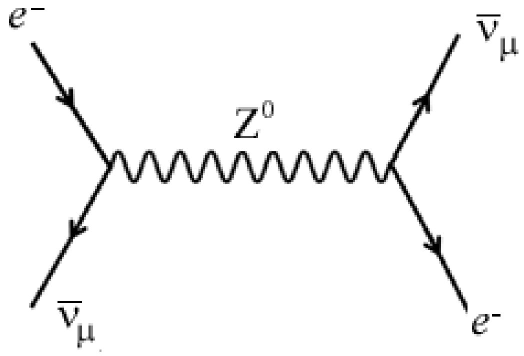


şi alte configuraţii de tipul :



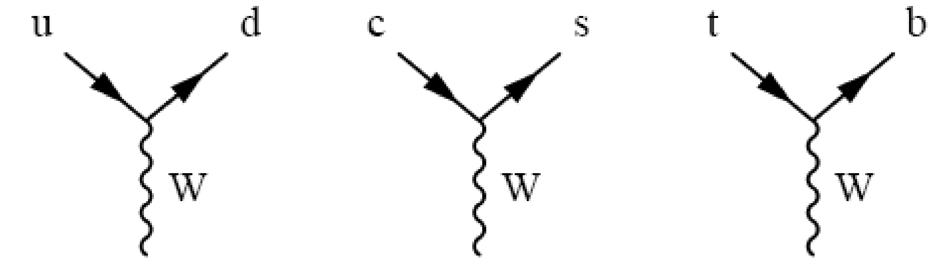
➢ ***Exemplu**: interacţiunea tare dintre un electron şi un antineutrino miuonic, la energii înalte:*

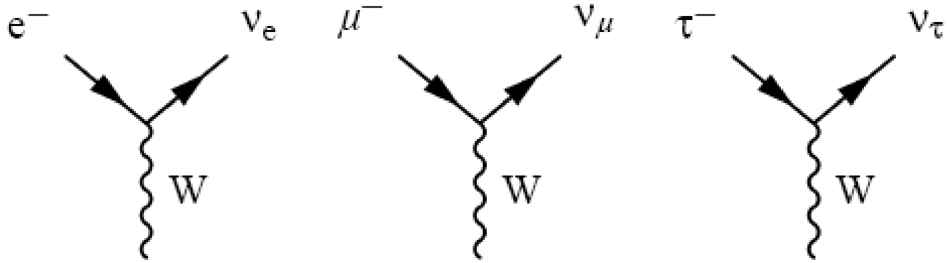
$$e^- + \bar{\nu}_\mu \xrightarrow{Z^0} e^- + \bar{\nu}_\mu$$



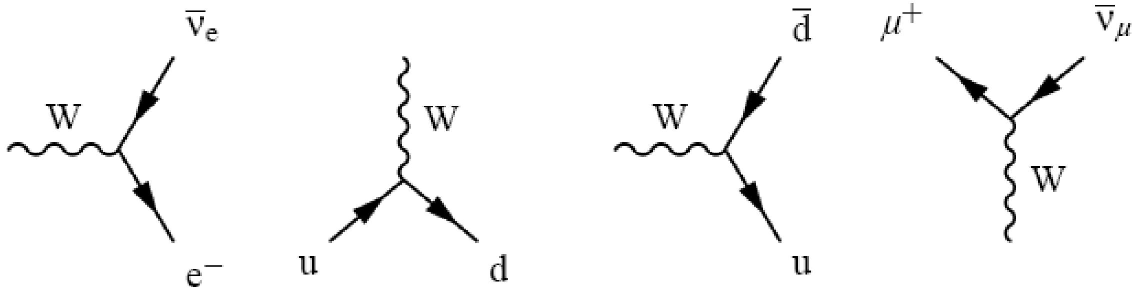
➢ Electronul emite un antineutrino mezonic şi devine un boson virtual Z^0 care se materializează într-un electron şi un antineutrino mezonic. Practic este o împrăştiere prin intermediul bosonului Z^0

- Bosonii $W^{\pm}$ cuplează cu toţi quarcii şi leptonii cu schimbarea aromei (flavour) acestora prin următoareale valori permise:

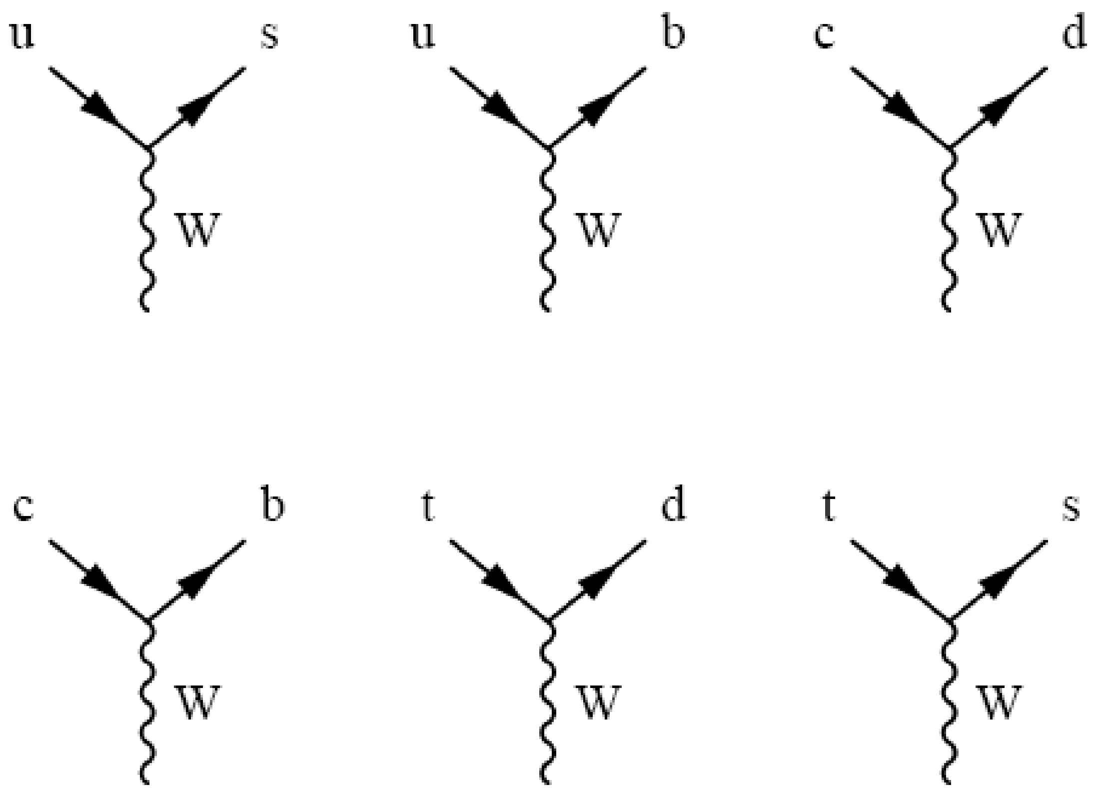




şi alte configuraţii de tipul :



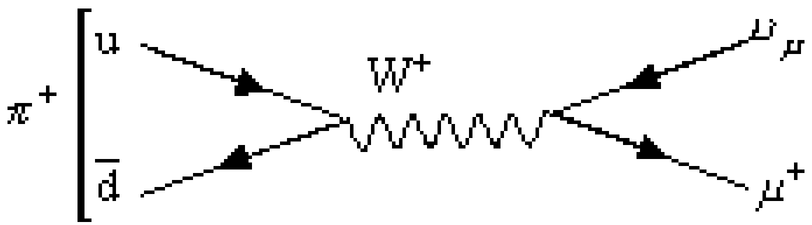
- Alte configuraţii sunt permise dar mai puţin probabile :



- **Exemple:**

✓ *Formare perechi lepton-antilepton*

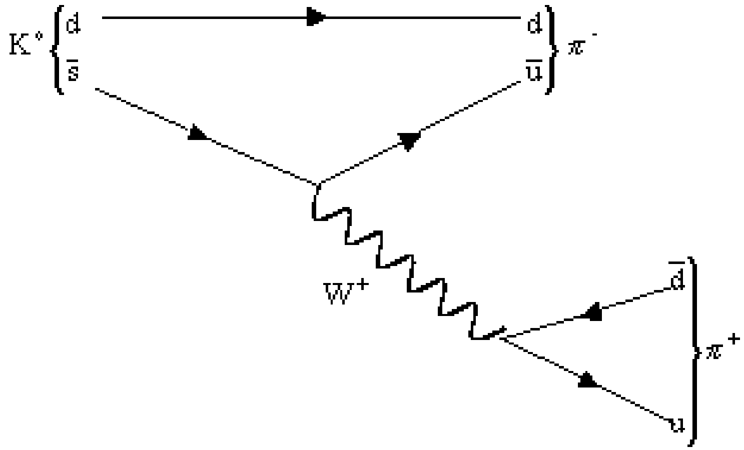
Dezintegrarea $\pi^+ \xrightarrow{W^+} \mu^+ + \nu_\mu$



✓ combinaţie de două vortexuri: Quarc şi leptonic

✓ *Formare perechi quarc-antiquarc*

Dezintegrarea $K^0 \xrightarrow{W^+} \pi^+ + \pi^-$

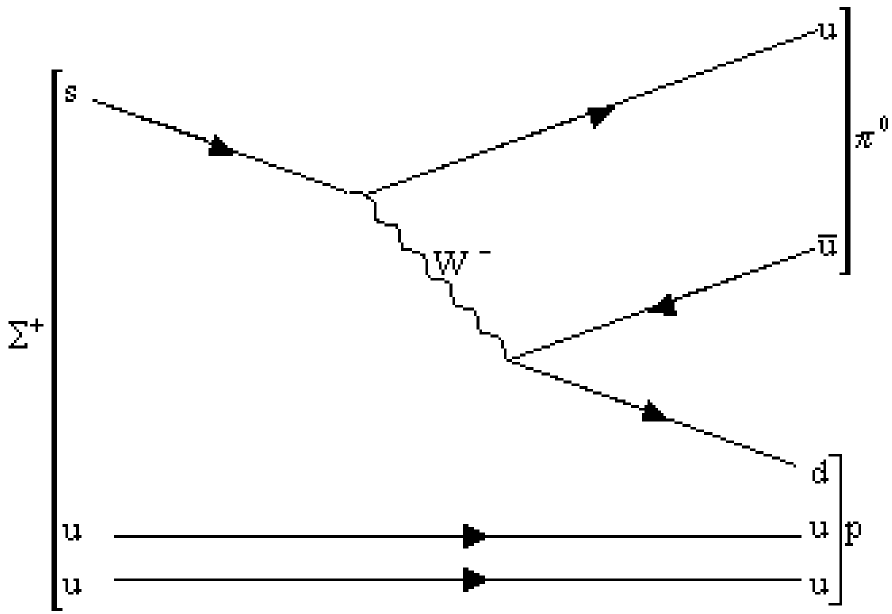


$$d \to d$$
$$\bar{s} \to \bar{u}$$

✓ combinaţie de două vortexuri:quark şi antiquarc

- Dezintegrarea prin intermediul bosonului W^+

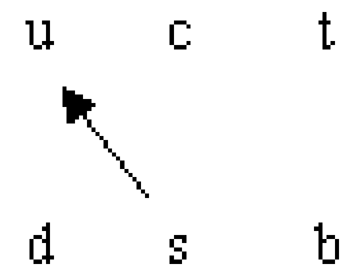
$$\Sigma^+ \xrightarrow{W^-} p + \pi^0$$



$$u \rightarrow u$$

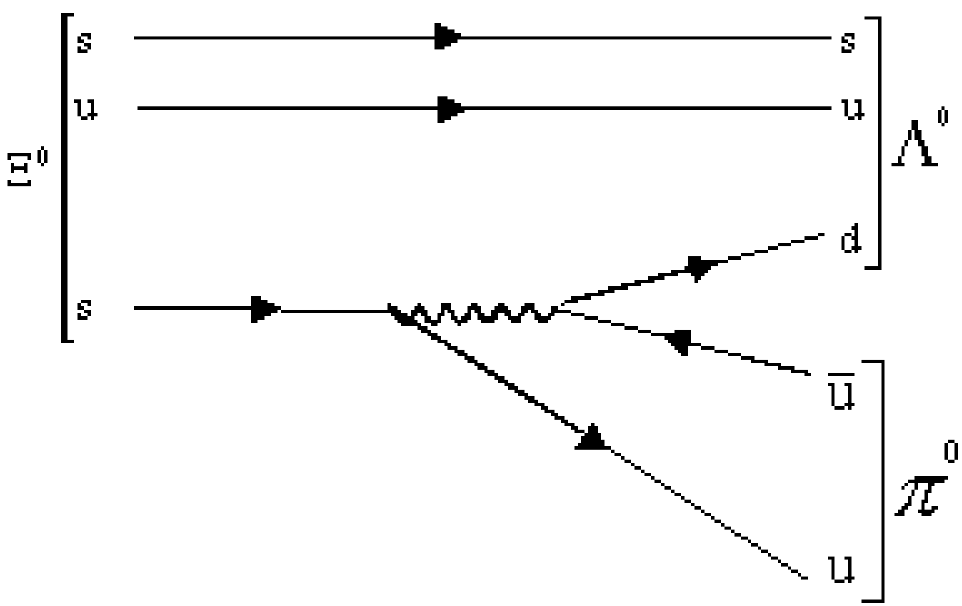
$$u \rightarrow u$$

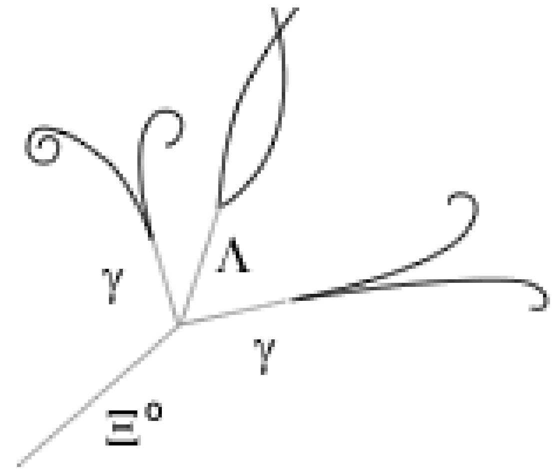
$$s \rightarrow u$$

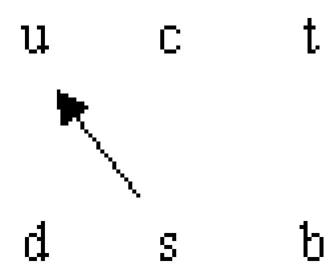


- Dezintegrarea prin intermediul bosonului W⁻

$$\Xi^0 \xrightarrow{W^-} \Lambda^0 + \pi^0$$







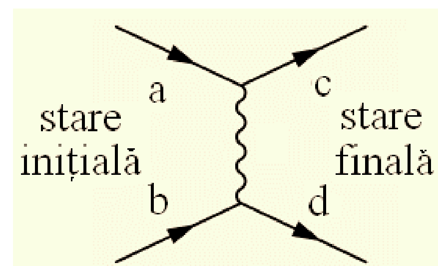
Metodologia construcţiei diagramelor Feynman

- Pentru construcţia diagramelor Feynman şi determinarea procesului care este permis trebuiesc urmati în principal 5 pasi:

1. Se scrie starea iniţială şi finală a particulelor şi antiparticulelor şi se notează conţinutul quarcilor din toţi hadronii

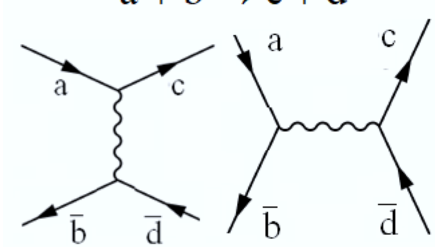
2. Se face o diagramă Feynman cea mai simplă folosind Modelul Standard al vortexurilor ţinând cont de:
   - ✓ diagrame similare pentru particule/antiparticule
   - ✓ să nu fie nici un vortex care conectează un lepton la un quarc
   - ✓ numai vortexurile de la weak CC (charged current-mod de interacţiune slabă prin bosoni $W^{\pm}$) schimbă aroma (flavour) ;
     - în interiorul generaţiilor, pentru lepton
     - în interiorul sau între generaţii pentru quarci

✓ dacă particulele sau antiparticulele sunt doar împrăştiate, adică a+b→c+d, forma diagramei este de tipul:



$a + \bar{b} \rightarrow c + \bar{d}$

✓dacă particulele şi antiparticulele se pot împrăştia şi/sau anihila, diagramele pot fi de forma:



3. Se verifică dacă în întreg sistemul se conservă:

- energia şi impulsul
- sarcina
- momentul cinetic

4. Se verifică conservarea parităţii

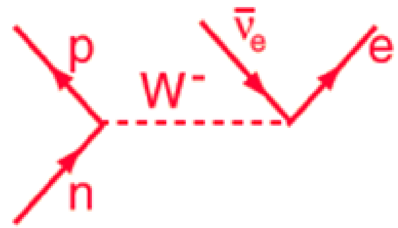
- în interacţiuni electromagnetice şi tari se conservă
- în interacţiunea slabă poate fi încălcată

5. Se verifică simetria particulelor identice în starea finală:

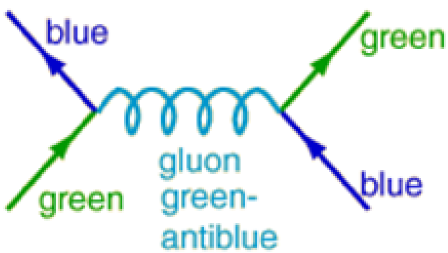
- bosoni $\Psi(1,2) = +\Psi(2,1)$
- fermioni $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$

Reprezentarea interacţiunilor cu diagrame Feynman

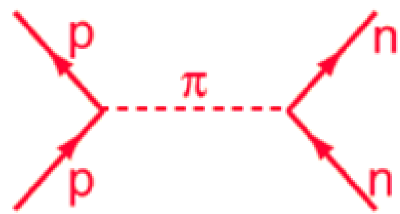
Interacţiune ***Electromagnetică***



Interacţiune ***Slabă***



între cuarci



între nucleoni

Interacţiune ***Tare***