

Interacțiuni. Diagramele Feynman

$$H\Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi$$

$$H(t) = H_0 + H'(t)$$

H_0 - hamiltonian neperturbat

H' - hamiltonian perturbativ (dependent de timp)

Regula de aur a lui Fermi - Rata de tranziție de la o stare inițială la o stare finală (Γ_{ij}) în urma unei interacțiuni:

$$\Gamma_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad \rho(E_f) - \text{densitatea stărilor finale}$$

În teoria perturbației (TP) de **ordinul 1**, elementul de matrice M_{fi}

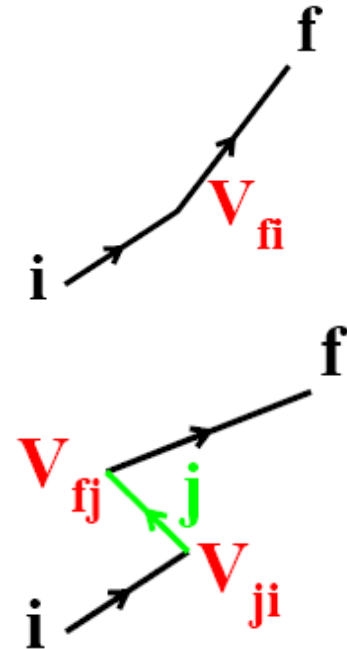
$$M_{fi} = \langle \psi_f | \hat{H}' | \psi_i \rangle$$

\hat{H}' - operatorul corespunzător hamiltonianului de interacție dintre starea inițială și finală

În teoria perturbației de **ordinul 2**, elementul de matrice M_{fi}

$$M_{fi} \rightarrow M_{fi} + \sum_{j \neq i} |M_{fj}| \frac{1}{E_i - E_j} |M_{ji}|$$

Sumarea se face pe toate stările intermediare j , iar E_i și E_j sunt energiile stărilor inițiale și finale pentru starea intermediară



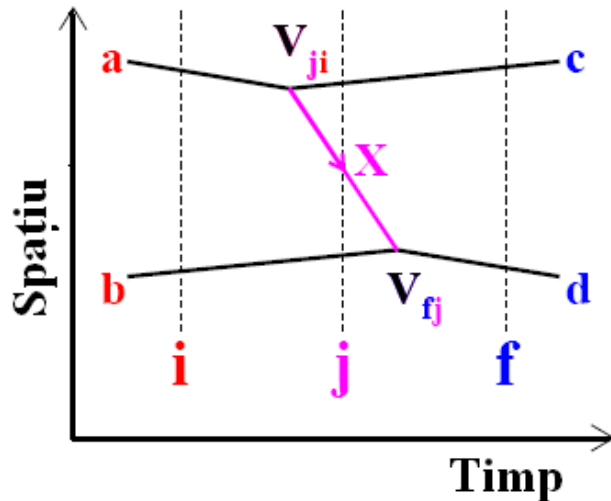
Considerăm o interacțiune binară cu cuanta de schimb X



stare initiala, i : $a+b$

stare finala, f : $c+d$

stare intermediara, j : $b+c+X$



ordinea in timp $a \rightarrow c + X$ urmata $b + X \rightarrow d$

Elementul de matrice
 M_{fi} în TP de ordinul 2

$$\begin{aligned}
 M_{fi}^{ab} &= \frac{\langle \psi_f | \hat{H}' | \psi_j \rangle \langle \psi_j | \hat{H}' | \psi_i \rangle}{E_i - E_j} \\
 &= \frac{\langle \psi_d | \hat{H}' | \psi_X \psi_b \rangle \langle \psi_c \psi_X | \hat{H}' | \psi_a \rangle}{(E_a + E_b) - (E_c + E_X + E_b)} \\
 &= \frac{\langle \psi_d | \hat{H}' | \psi_X \psi_b \rangle \langle \psi_c \psi_X | \hat{H}' | \psi_a \rangle}{(E_a - E_c - E_X)}
 \end{aligned}$$

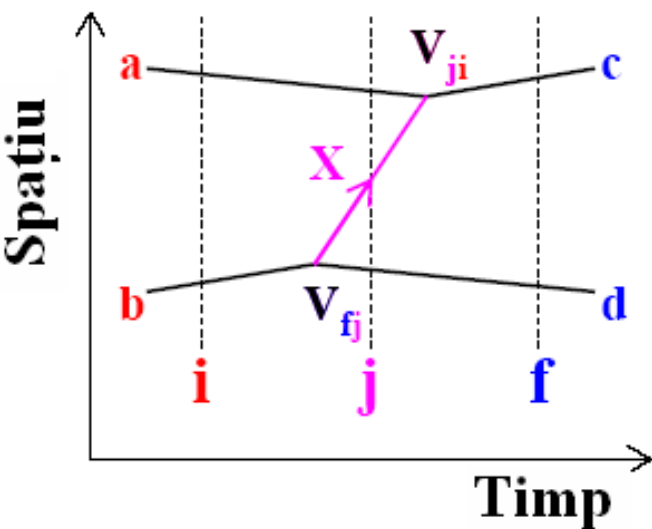
Impulsul se conservă în : $\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{c} + \mathbf{X}$, $\mathbf{b} + \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{d}$

Pentru particula de schimb cu masa nenulă: $E_X^2 - p_X^2 = m_X^2$

elementele de matrice $\langle \psi_c \psi_X | \hat{H}' | \psi_a \rangle$ $\langle \psi_d | \hat{H}' | \psi_X \psi_b \rangle$

depind de tăria interacțiunii g $\langle \psi_d | \hat{H}' | \psi_X \psi_b \rangle = g$

considerand ordinea in timp $\mathbf{b} + \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{d}$ urmata $\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{c} + \mathbf{X}$



elementul de matrice M_{fi} în TP de ordinul 2

$$\begin{aligned}
 M_{fi}^{ba} &= \frac{\langle \psi_c | \hat{H}' | \psi_X \psi_a \rangle \langle \psi_d \psi_X | \hat{H}' | \psi_b \rangle}{(E_a + E_b) - (E_d + E_X + E_a)} \\
 &= \frac{\langle \psi_c | \hat{H}' | \psi_X \psi_a \rangle \langle \psi_d \psi_X | \hat{H}' | \psi_b \rangle}{(E_b - E_d - E_X)} \\
 &= \frac{\langle \psi_c | \hat{H}' | \psi_X \psi_a \rangle \langle \psi_d \psi_X | \hat{H}' | \psi_b \rangle}{(E_b - E_d - E_X)}
 \end{aligned}$$

Considerând o interacțiune cu cuantă de schimb comună, adică:

$$\langle \psi_c | \hat{H}' | \psi_X \psi_a \rangle = \langle \psi_d \psi_X | \hat{H}' | \psi_b \rangle = g$$
$$\Rightarrow M_{fi}^{ba} = \frac{g^2}{(E_b - E_d - E_X)} \times \frac{1}{2E_X}$$

Factorul $1/2E_X$ provine din condiția de normalizare

Făcând suma peste ambele rate de tranziție de ordinul 2, rezultă

$$M_{fi} = M_{fi}^{ab} + M_{fi}^{ba}$$
$$= g^2 \left(\frac{1}{E_a - E_c - E_X} + \frac{1}{E_b - E_d - E_X} \right) \times \frac{1}{2E_X}$$

$$\text{deoarece } E_a + E_b = E_c + E_d$$

$$\Rightarrow E_b - E_d = E_c - E_a$$

rezulta

$$\begin{aligned} M_{fi} &= g^2 \left(\frac{1}{E_a - E_c - E_X} + \frac{1}{E_c - E_a - E_X} \right) \times \frac{1}{2E_X} \\ &= g^2 \left(\frac{1}{E_a - E_c - E_X} - \frac{1}{E_a - E_c + E_X} \right) \times \frac{1}{2E_X} \\ &= g^2 \frac{2E_X}{(E_a - E_c)^2 - E_X^2} \times \frac{1}{2E_X} \end{aligned}$$

Din ordinul 1 al perturbației $E_X^2 = (\tilde{p}_a - \tilde{p}_c)^2 + m_X^2$

prin urmare:

$$M_{fi} = \frac{g^2}{(E_a - E_c)^2 - (\tilde{p}_a - \tilde{p}_c)^2 - m_X^2}$$

$$M_{fi} = \frac{g^2}{q^2 - m_X^2}$$

cu $q^2 = q^\mu q_\mu = E^2 - |\tilde{p}|^2$ invariant Lorentz

Termenul

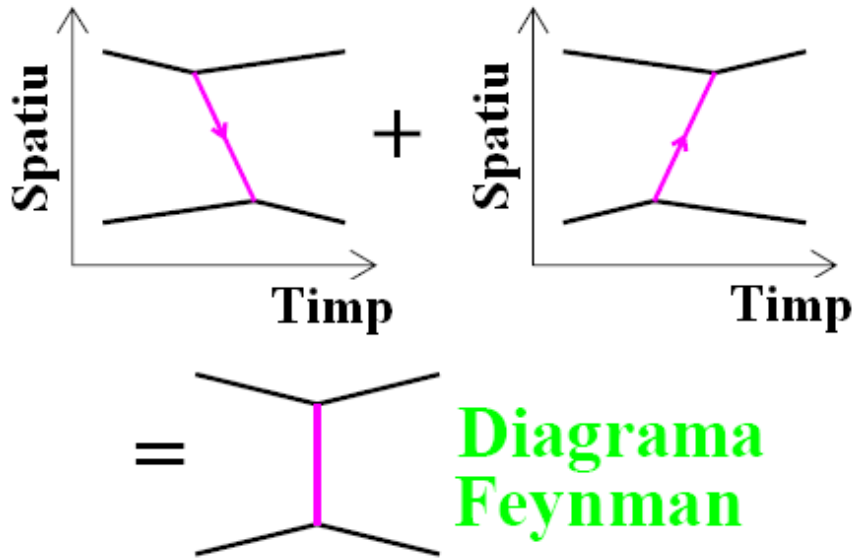
$$\frac{1}{q^2 - m^2}$$

se numește propagator

masa nula

$$\frac{1}{q^2}$$

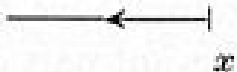

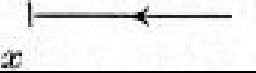
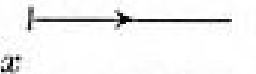
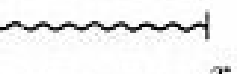
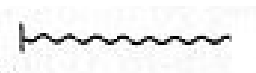


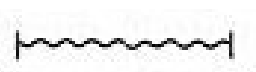
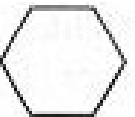
Suma ordonărilor în timp a interacțiunilor se reprezintă prin **Diagramele Feynman**

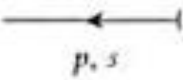
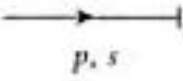


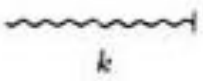
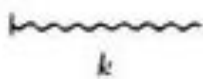
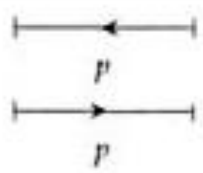
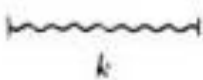
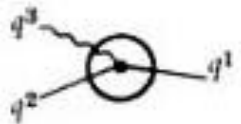


- ☉ Liniile particulelor care intră sau părăsesc diagrama corespund particulelor reale (trebuie să satisfacă invariantul masă-impuls $E^2=p^2+m^2$)
- ☉ Liniile particulelor intermediare diagramei corepund particulelor virtuale (nu satisfac invariantul masă-impuls)

Diagramele Feynman sunt reprezentări grafice ale amplitudinilor particulelor aflate în interacțiune (împrăștiere, dezintegrare) prin forțe de schimb

| | |
|---|--|
| Fotoni sau Bosoni Masivi (W^\pm, Z^0) | |
| Gluoni | |
| Fermioni | |
| Bosoni Higgs | |

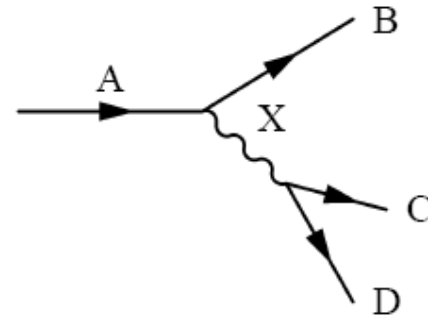
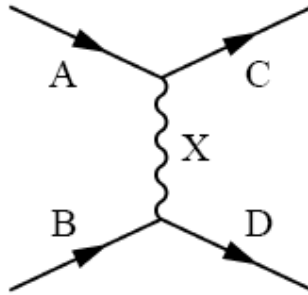
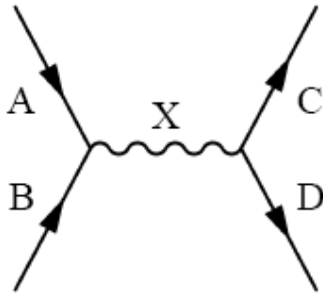
| Nume | Element grafic | Échivalent matematic | Interpretare fizica |
|------------------------------|---|------------------------------|---------------------|
| linie de iesire a N |  | $\bar{\psi}^+(x)$ | N emis |
| linie de iesire a \bar{N} |  | $\psi^+(x)$ | \bar{N} emis |
| linie de intrare a N |  | $\psi^-(x)$ | N absorbit |
| linie de intrare a \bar{N} |  | $\bar{\psi}^-(x)$ | \bar{N} absorbit |
| linie de iesire a π |  | $\varphi^+(x)$ | π emis |
| linie de intrare a π |  | $\varphi^-(x)$ | π absorbit |
| linie interna a N |  | $iS_F(x - y)$ | N virtual |
| linie interna a \bar{N} |  | $-iS_F(y - x)$ | \bar{N} virtual |
| linie interna a π |  | $i\Delta_F(x - y)$ | π virtual |
| vertex | \dot{x} | $-g_0\gamma_5$ and $\int dx$ | interactiune |
| bucla inchisa de N |  | precede cu $-\text{Tr}$ | — |

| Element grafic | Echivalent matematic | Interpretare fizica |
|---|---|--------------------------------|
|  | $V^{-1/2} \left(\frac{m_0}{v_p} \right)^{1/2} \bar{u}(\mathbf{p}; s)$ | N emis |
|  | $V^{-1/2} \left(\frac{m_0}{v_p} \right)^{1/2} v(\mathbf{p}; s)$ | \bar{N} emis |
|  | $V^{-1/2} \left(\frac{m_0}{v_p} \right)^{1/2} u(\mathbf{p}; s)$ | N absorbit |
|  | $V^{-1/2} \left(\frac{m_0}{v_p} \right)^{1/2} \bar{v}(\mathbf{p}; s)$ | \bar{N} absorbit |
|  | $V^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}$ | π emis |
|  | $V^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}}$ | π absorbit |
|  | $\frac{i}{(2\pi)^4} S_F(p) \equiv \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{\not{p} + m_0}{m_0^2 - p^2 - i\epsilon}$ and $\int dp \dots$ | N virtual \bar{N} virtual |
|  | $\frac{i}{(2\pi)^4} \Delta_F(p) \equiv \frac{i}{(2\pi)^4} \frac{1}{m_0^2 - k^2 - i\epsilon}$ and $\int dk \dots$ | π virtual |
|  | $-g_0 \gamma_5 (2\pi)^4 \delta(q^1 - q^2 - q^3)$ | interactiune |

Diagramele Feynman pentru diferite interacțiuni:

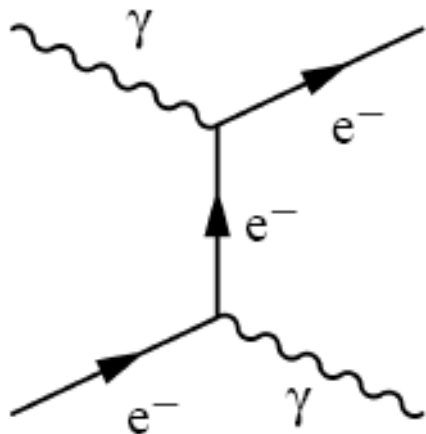
$A+B \rightarrow C+D$ - împrăștiere

$A \rightarrow B+C+D$ - dezintegrare

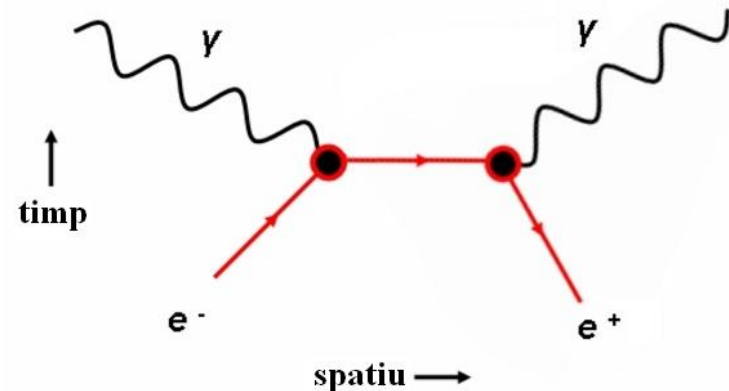


A, B, C și D sunt quarci, leptoni, antiquarci sau antileptoni, iar X sunt particulele de schimb (fotoni, gluoni, bosoni W^\pm și Z^0). **Fotonii** pot fi particule libere și putem avea fotoni care intră și ies, însa nu gluoni sau bosoni etalon. Exemplu:

Compton



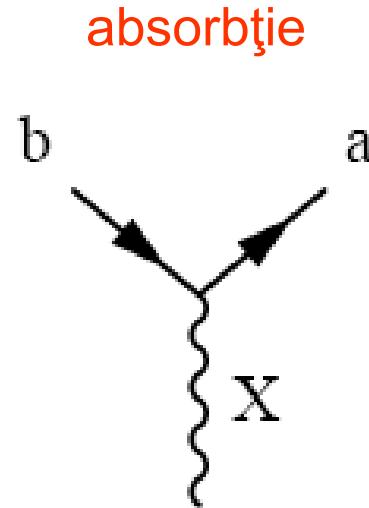
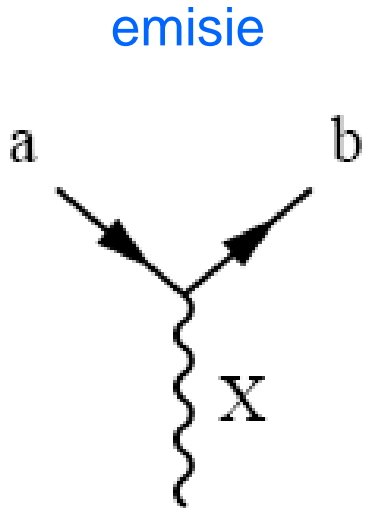
anihilare



Diagramele pot fi construite cu un număr de vortexuri (puncte de întâlnire a două linii). La fiecare vortex, sarcina (Q), numărul barionic (B) și numărul leptonic (L) trebuie să se conserve.

În cazul quarcilor, conservarea aromei (flavour) depinde de tipul interacțiunii (tipul X); astfel pentru interacțiunea tare ($X=\text{gluon}$) sau electromagnetică ($X=\text{foton}$), aroma quarcilor se conservă. Pentru interacțiunea slabă, aroma se conservă dacă $X=Z^0$ dar nu și în cazul $X=W^\pm$.

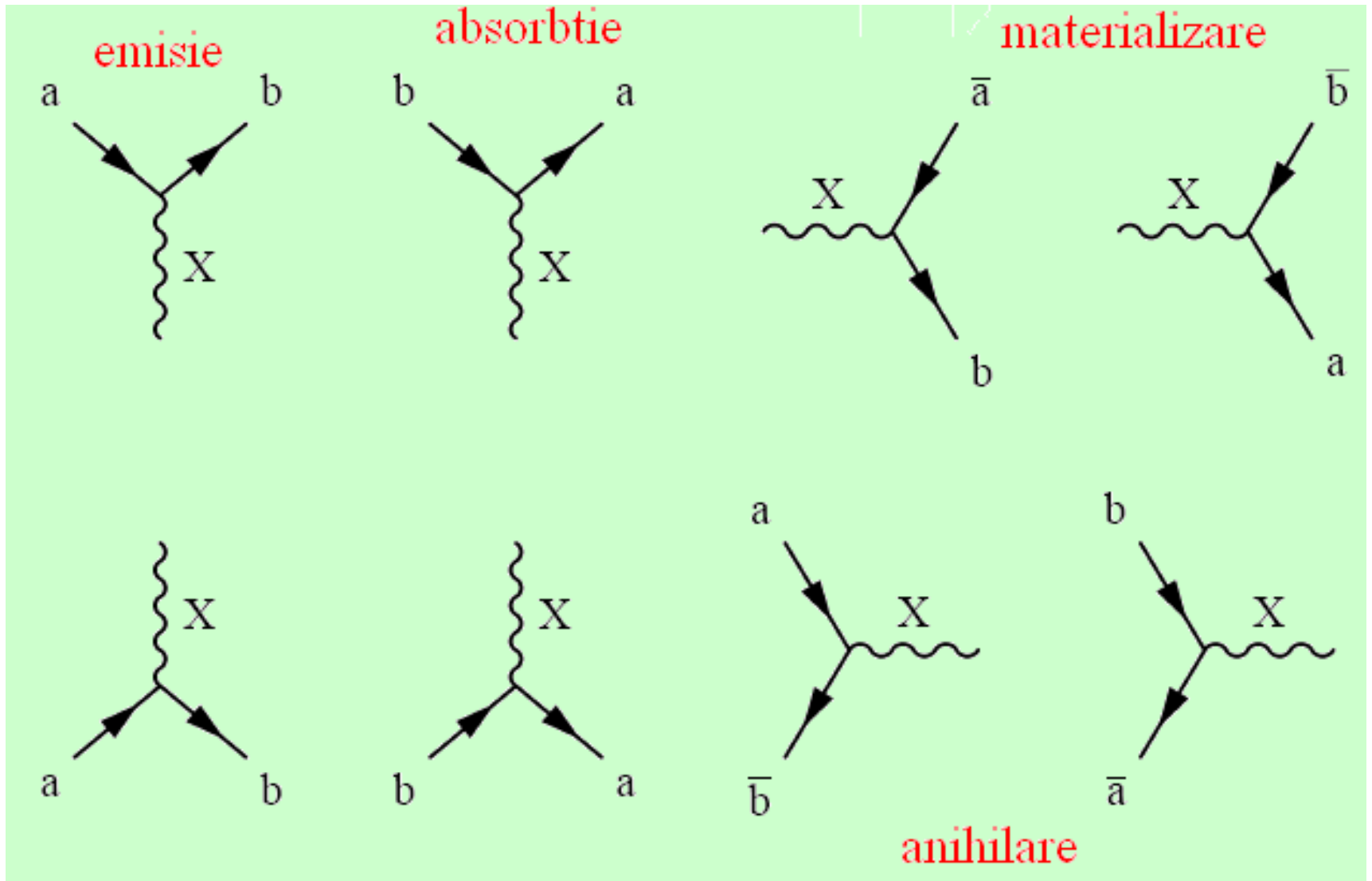
Dacă două particule interacționează prin cuanta de câmp X , acest proces se scrie sub forma :



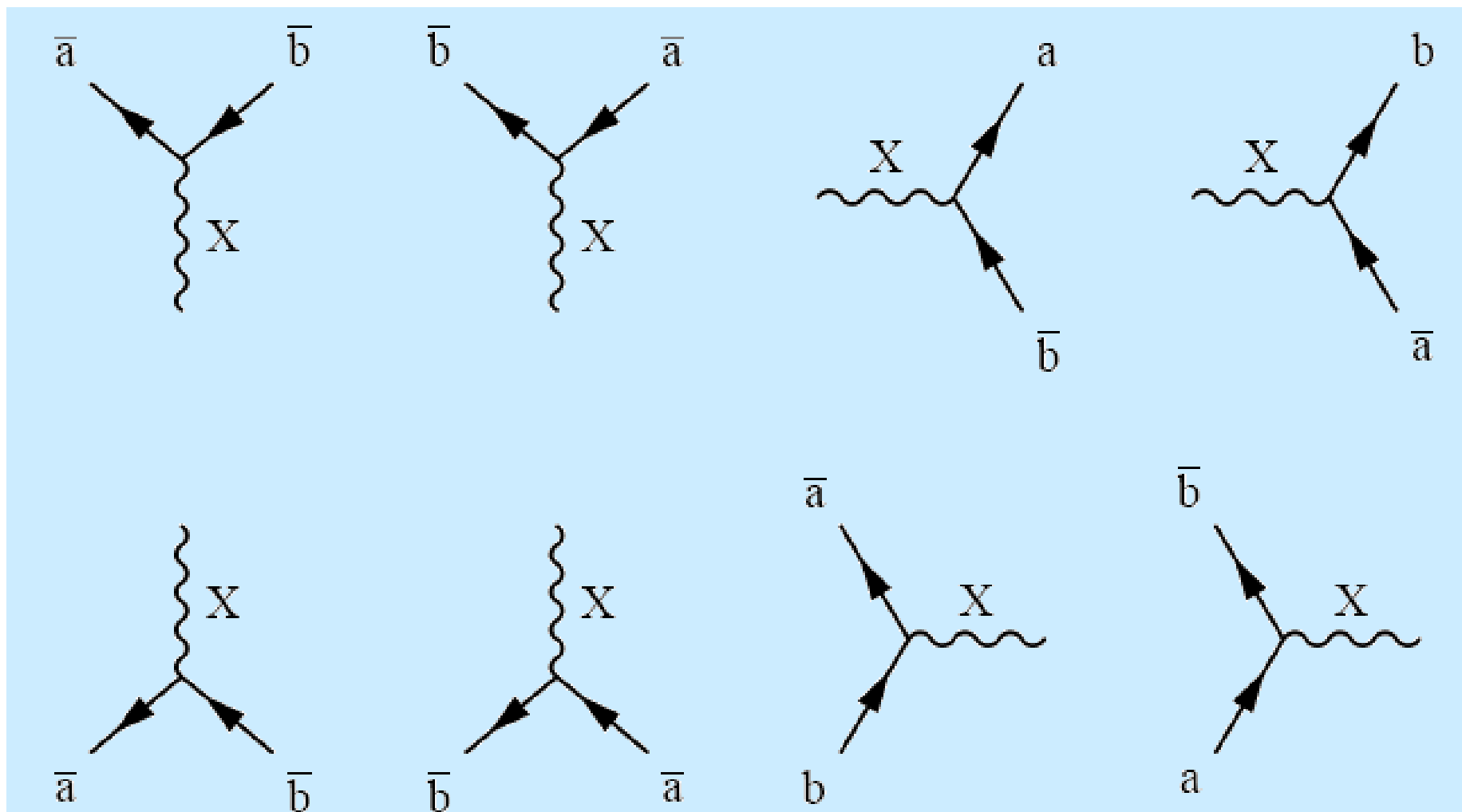
or

Sunt posibile interacțiunile corespunzătoare diagramelor obținute:

(a) prin rotirea diagramei originale

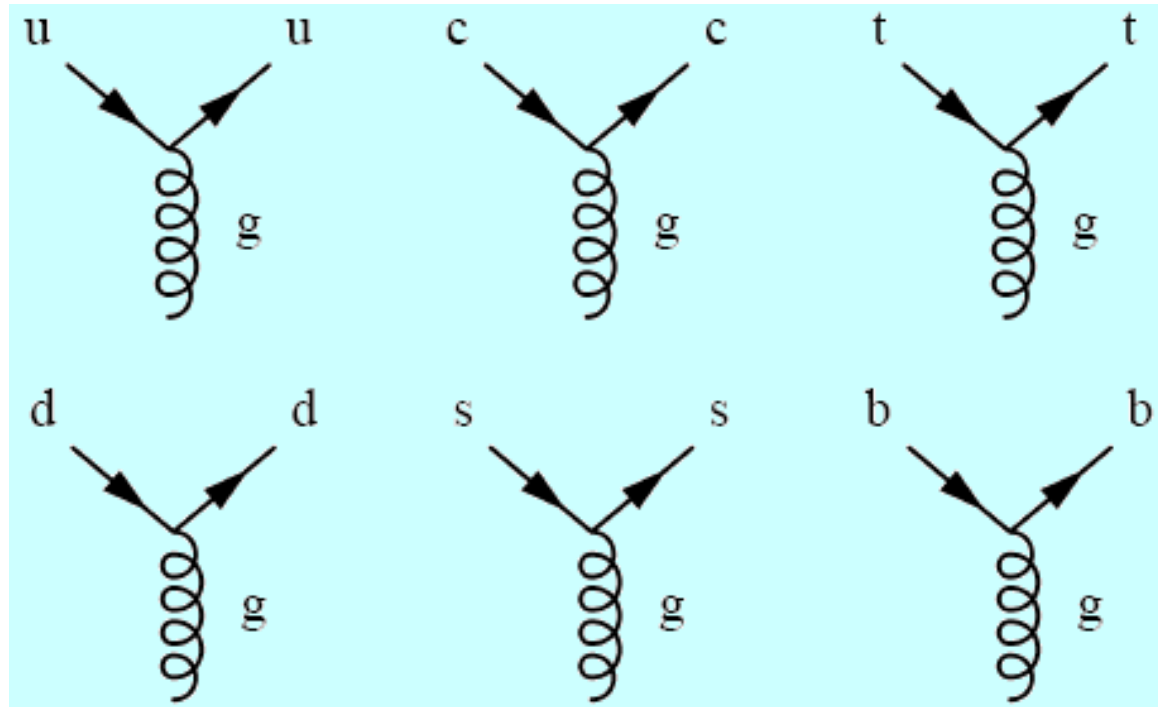


(b) Prin schimbarea particulelor în antiparticule (conjugarea de sarcină):

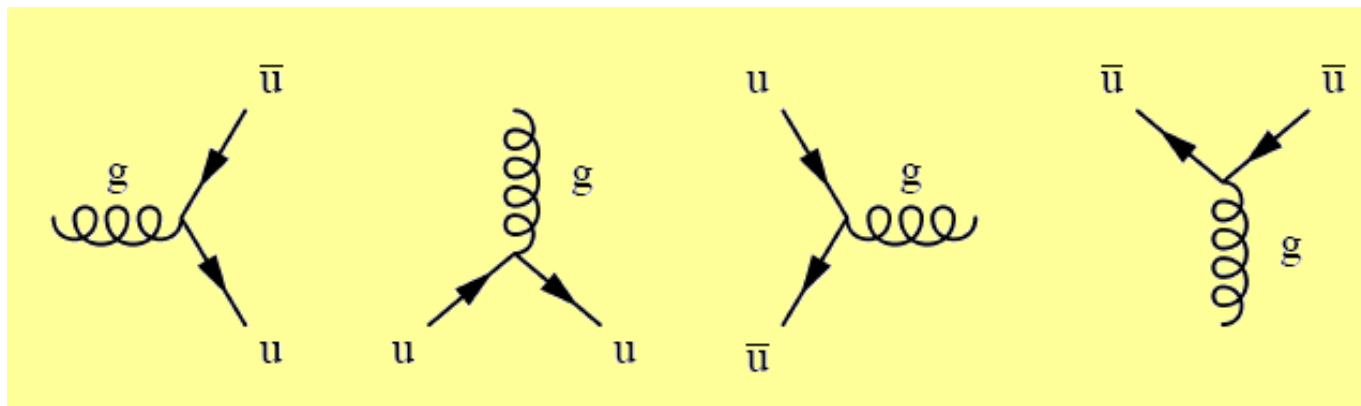


Interacțiunea tare ($X=gluon, g$)

Glucii cuplează quarcii numai și numai dacă valori ale lui a și b sunt următoarele:

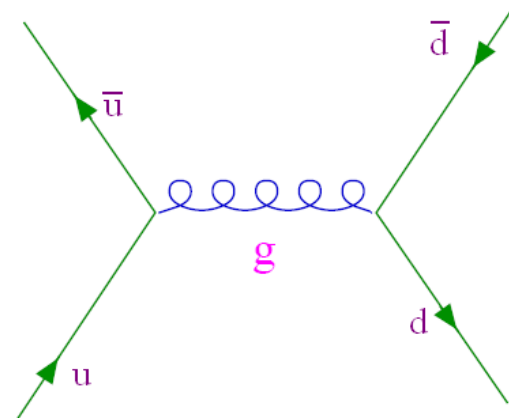
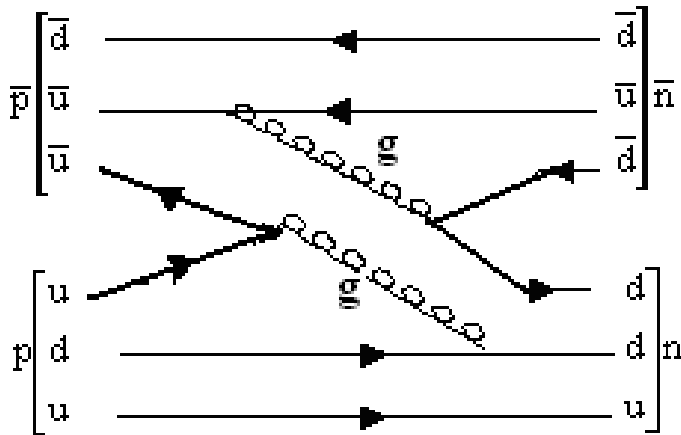
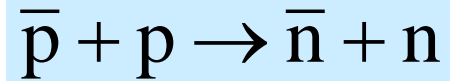


și alte configurații de tipul :



Exemplu:

interacțiunea tare dintre un proton și un antiproton la energii înalte:

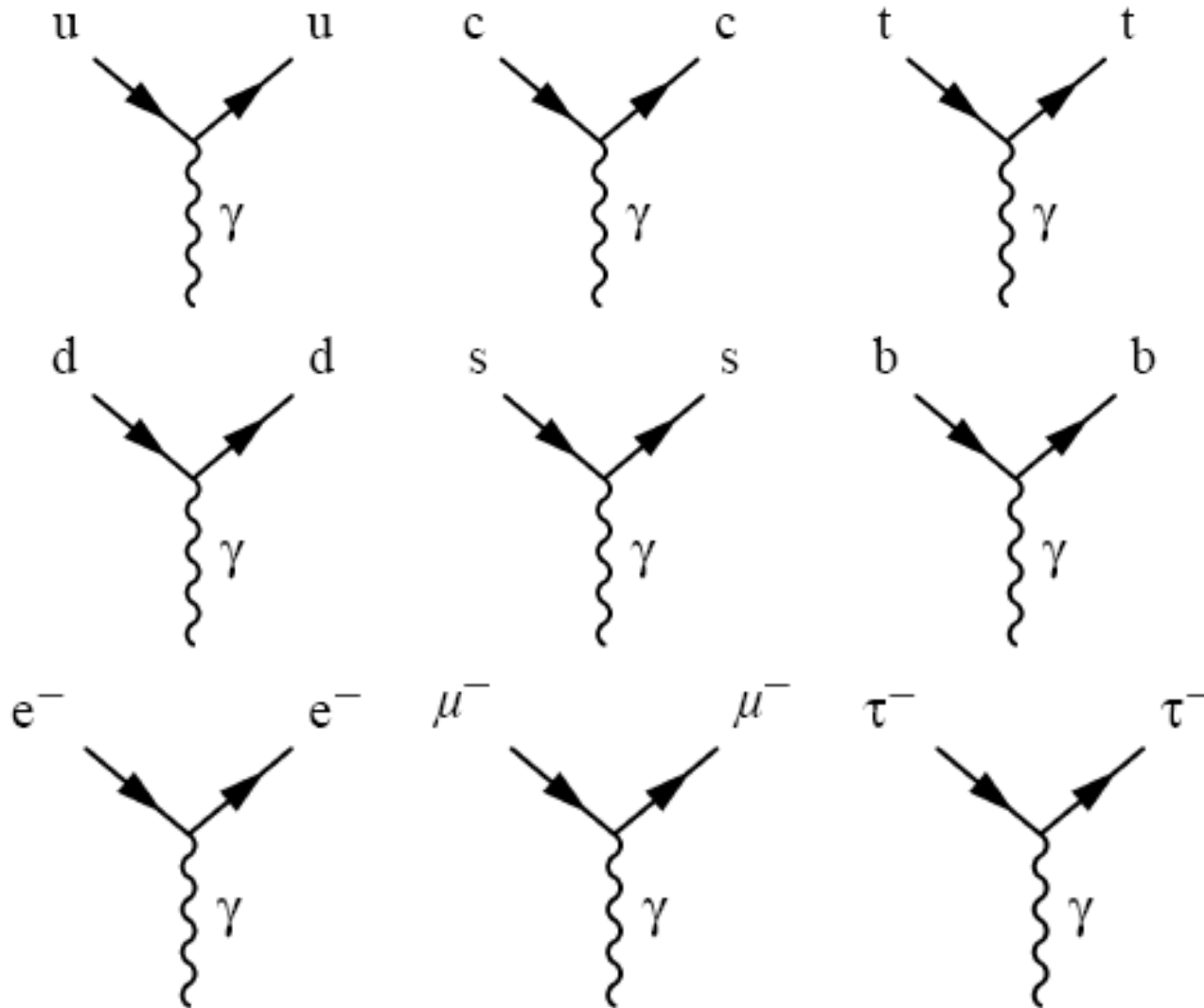


-quarcul **anti-up** a anti-protonului anihilează quarcul **up** al protonului emițând un **gluon**

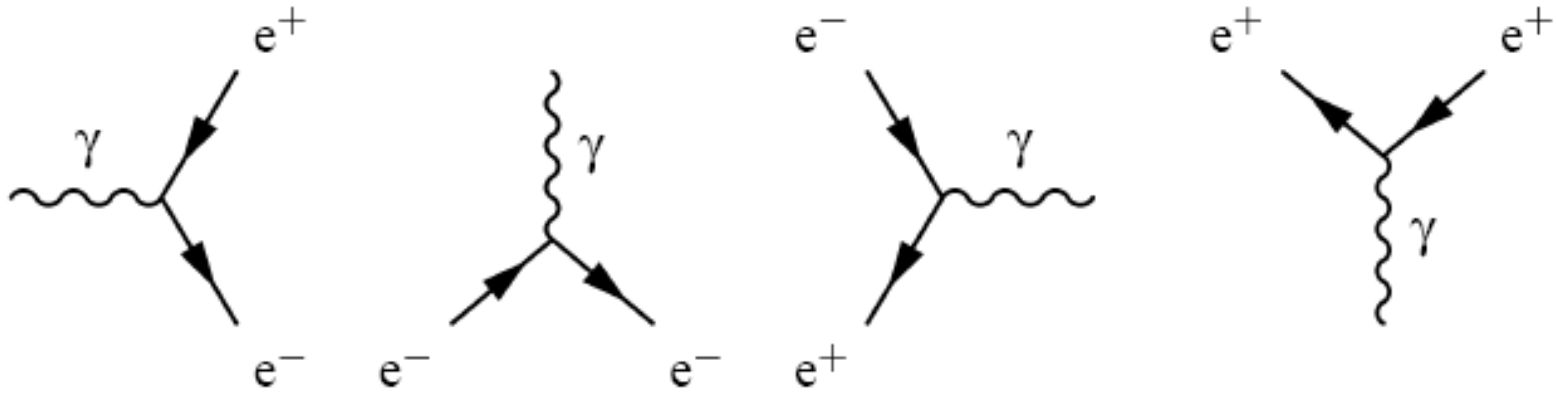
-quarcul **anti-up** al antiprotonului emite un **gluon** și acesta se materializează într-un quarc **anti-down** și un quarc **down**

Interacțiunea electromagnetică ($X=foton, \gamma$)

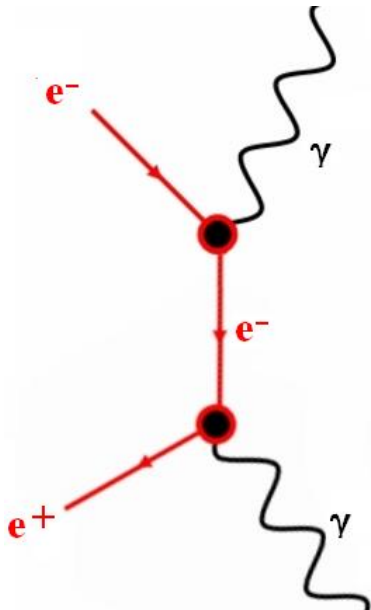
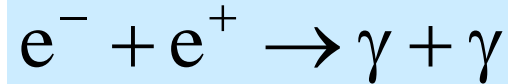
Cuanta de schimb sunt fotonii care cuplează particule încărcate numai și numai dacă valori ale lui a și b sunt următoarele:



și alte configurații de tipul :



Exemplu: anihilarea electro-pozitron



☺ Electronul emite un foton real și devine un foton virtual.

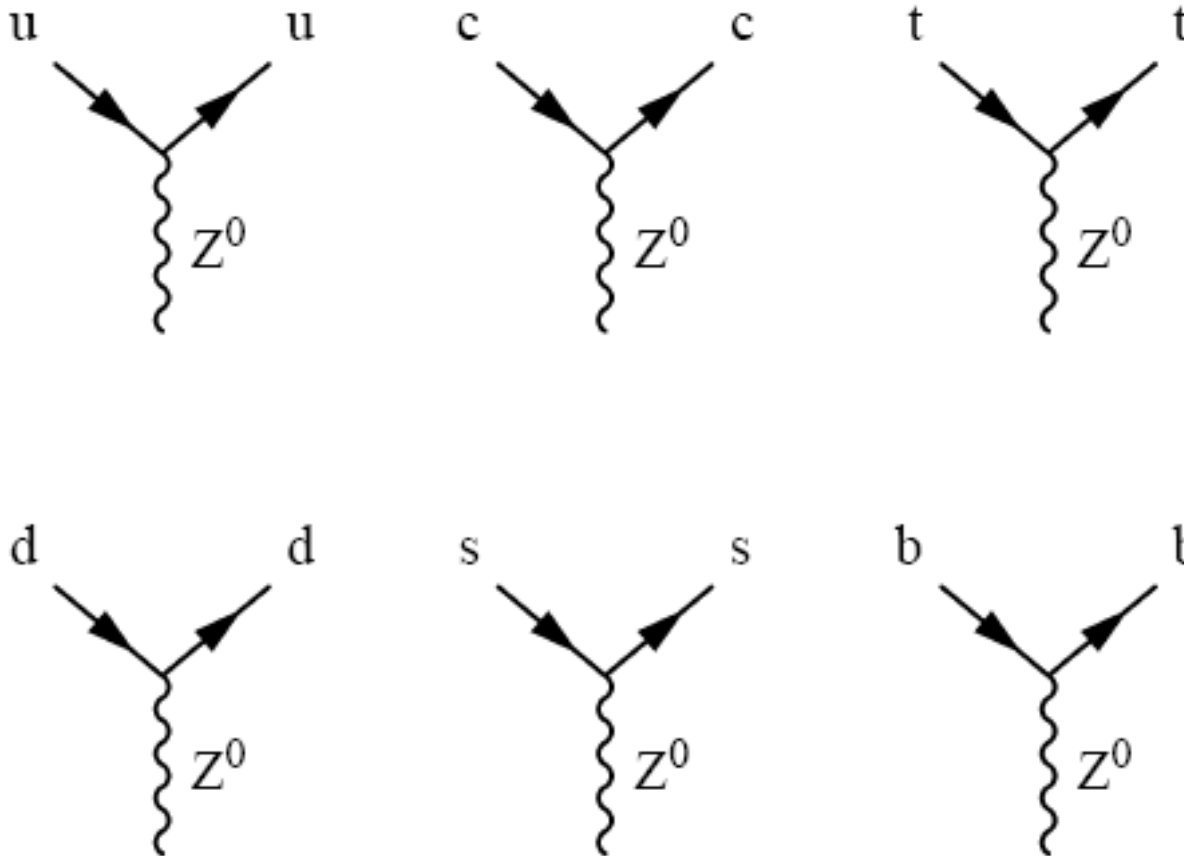
☺ Fotonul virtual anihilează pozitronul cu emiterea unui nou foton.

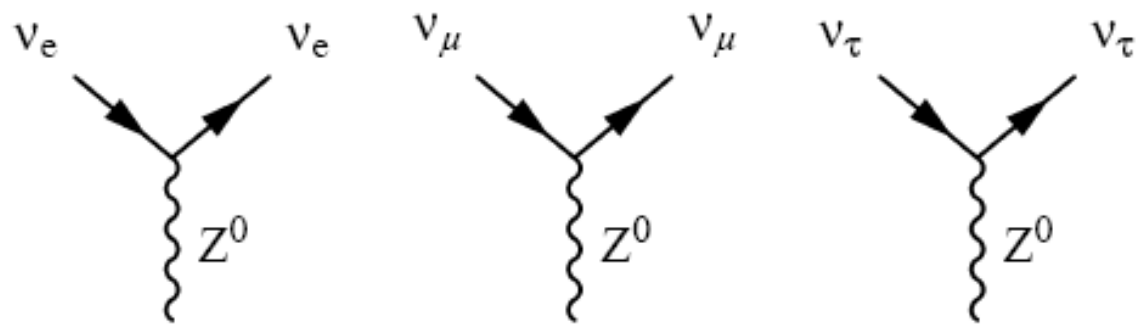
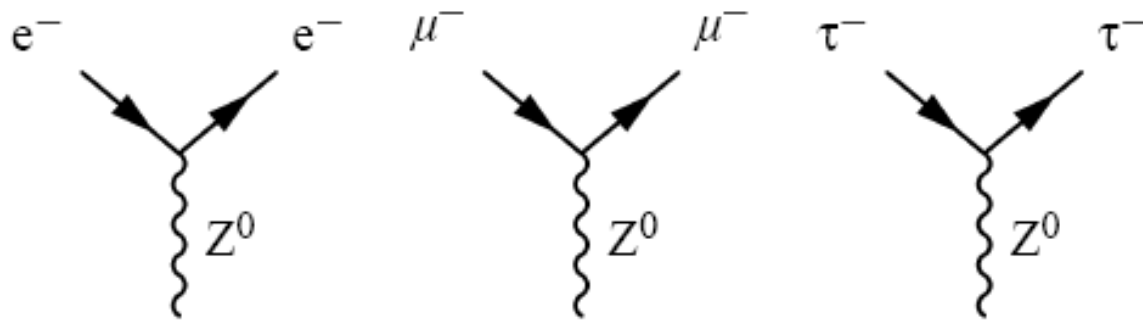
Așadar este o combinație de două vortexuri: electromagnetic-leptonic

Interacțiunea slabă ($X=W^\pm, Z^0$)

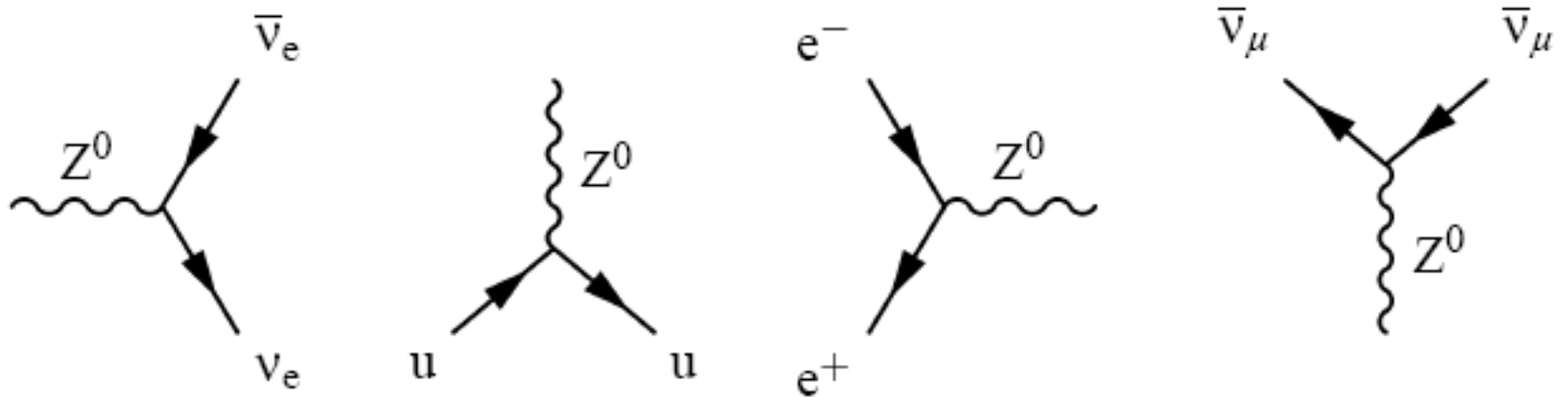
Pentru interacțiunea slabă X sunt bosonii Z^0 și W^\pm

Bosonul Z^0 cuplează cu toți quarcii și leptonii fără schimbarea aromei (flavour) acestora prin următoarele valori permise:



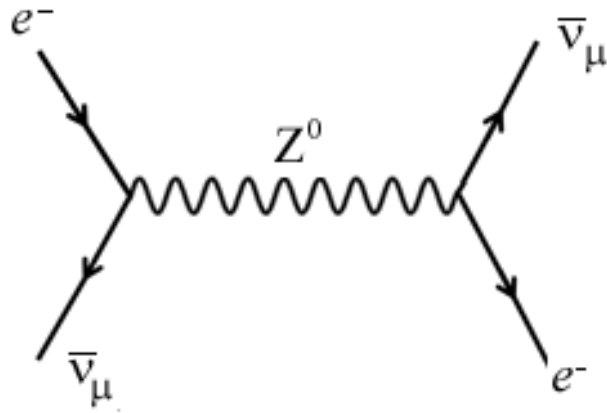
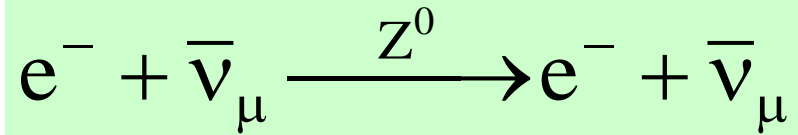


și alte configurații de tipul :



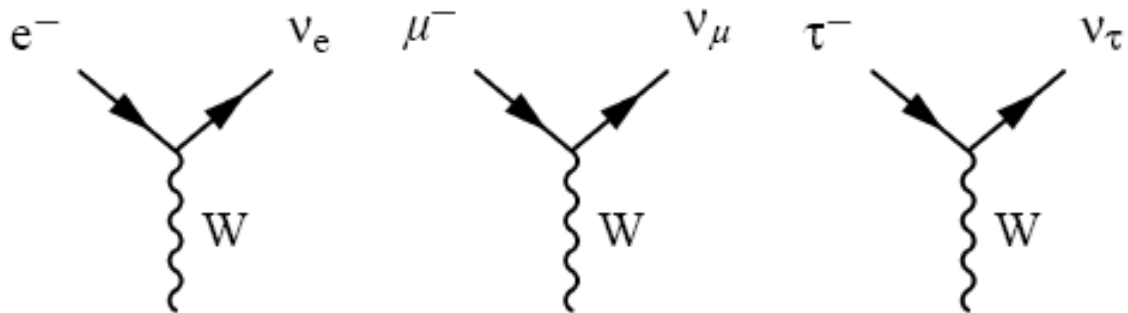
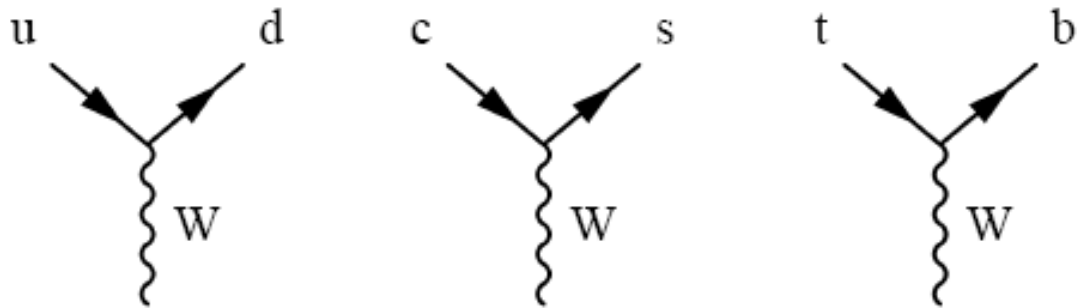
Exemplu:

interacțiunea tare dintre un electron și un antineutrino miuonic, la energii înalte:

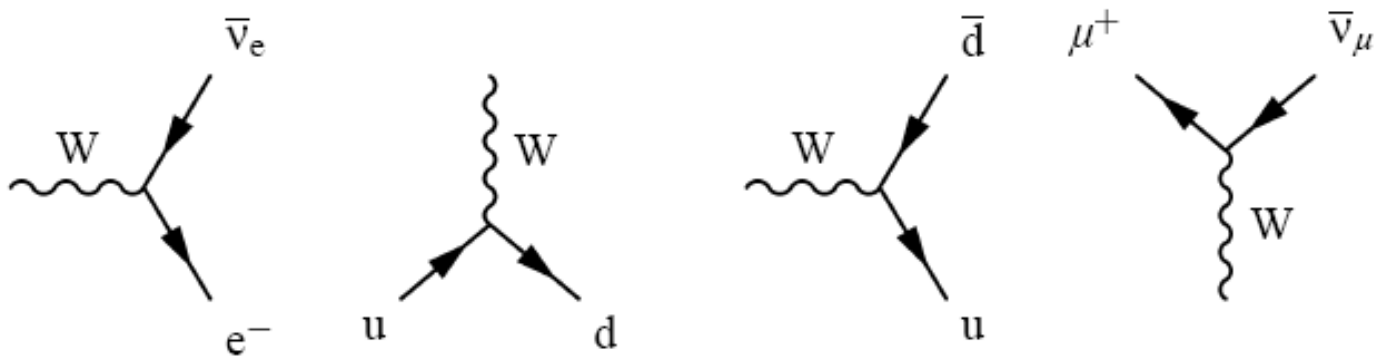


Electronul emite un antineutrino mezonic și devine un boson virtual Z^0 care se materializează într-un electron și un antineutrino mezonic. Practic este o împrăștiere prin intermediul bosonului Z^0

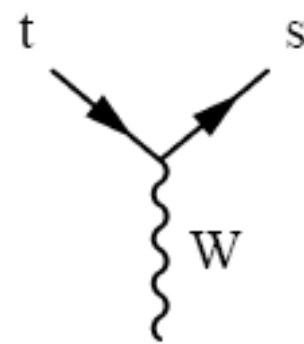
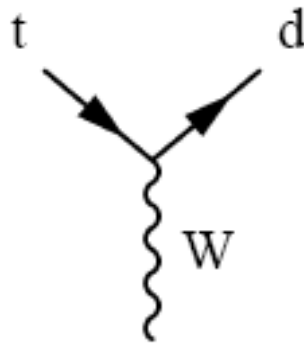
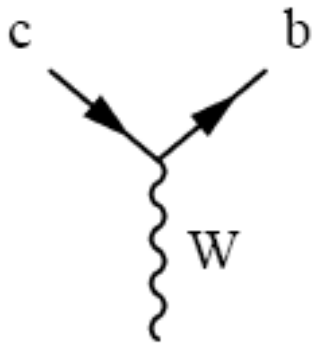
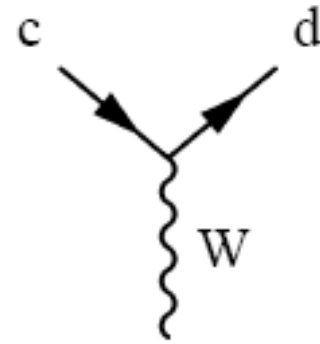
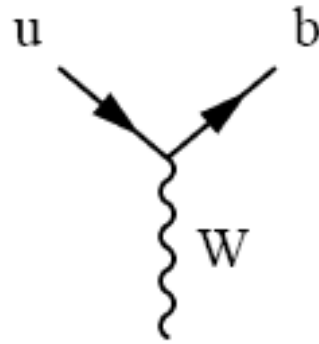
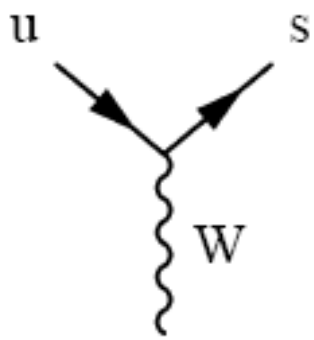
Bosonii W^\pm cuplează cu toți quarcii și leptonii cu schimbarea aromei (flavour) acestora prin următoarele valori permise:



și alte configurații de tipul :



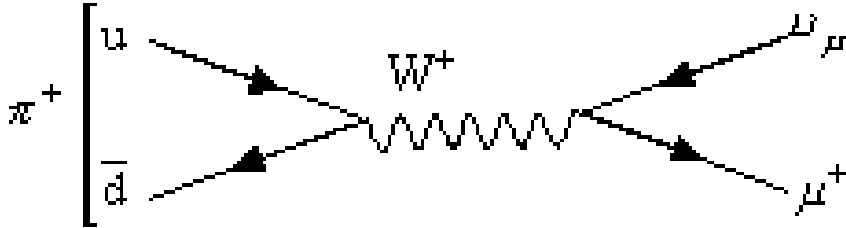
Alte configurații sunt permise dar mai puțin probabile :



Exemple:

Formare perechi lepton-antilepton

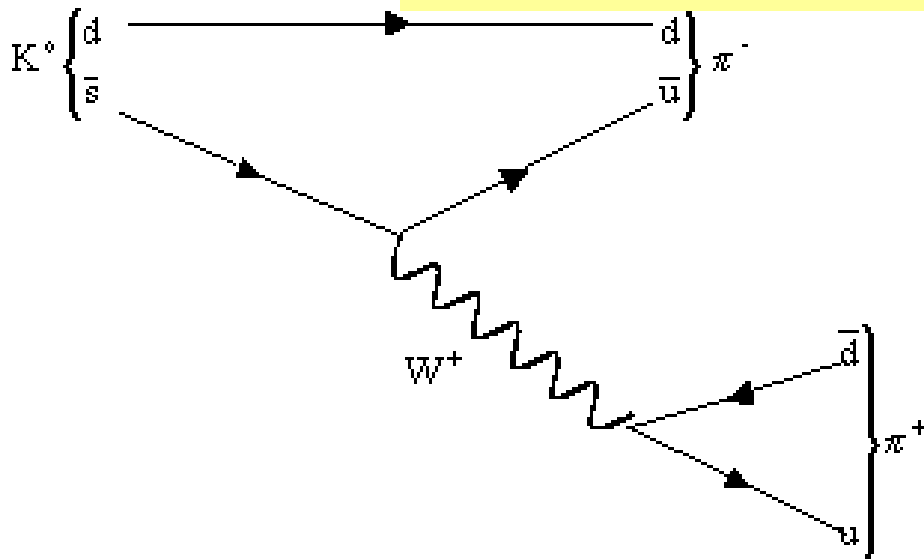
Dezintegrarea $\pi^+ \xrightarrow{W^+} \mu^+ + \nu_\mu$



combinație de două vortexuri:
Quarc și leptonic

Formare perechi quarc-antiquarc

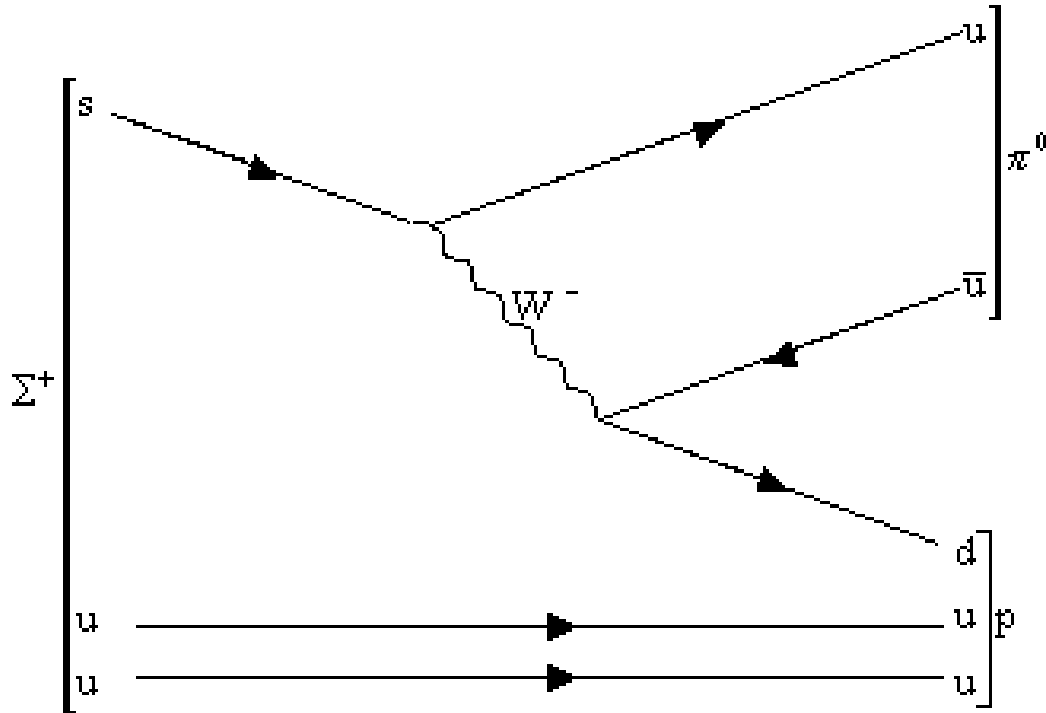
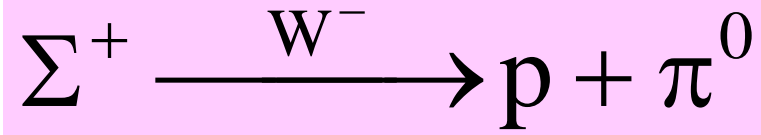
Dezintegrarea $K^0 \xrightarrow{W^+} \pi^+ + \pi^-$



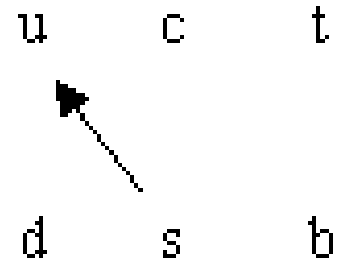
$d \rightarrow d$
 $\bar{s} \rightarrow \bar{u}$

combinație de două vortexuri:
quarc și antiquarc

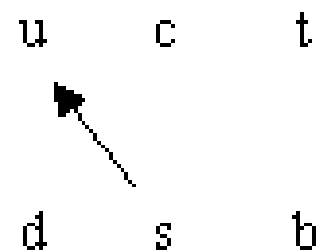
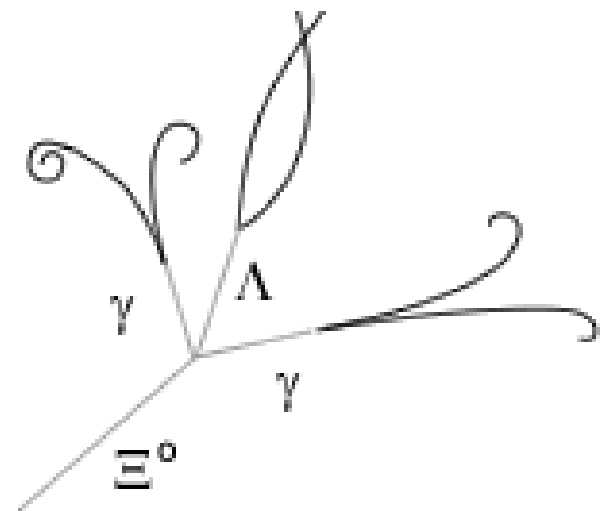
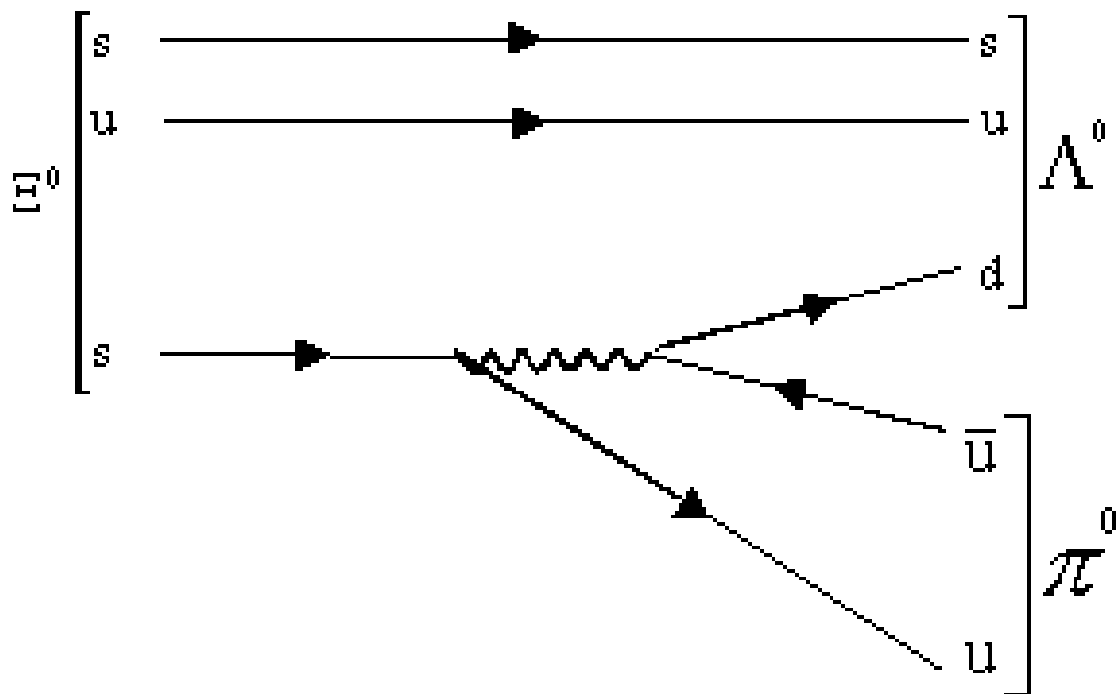
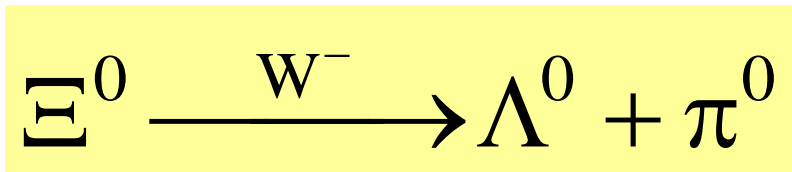
Dezintegrarea prin intermediul bosonului W^+



$u \rightarrow u$
 $u \rightarrow u$
 $s \rightarrow u$



Dezintegrarea prin intermediul bosonului W^+



Metodologia construcției diagramelor Feynman

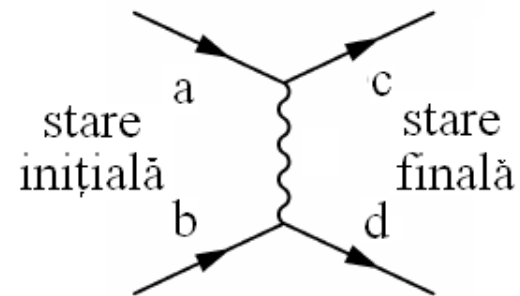
Pentru construcția diagramelor Feynman și determinarea procesului care este permis trebuie să urmăm în principal, 5 pași:

1. Se scrie starea inițială și finală a particulelor și antiparticulelor și se notează conținutul quarcilor din toți hadronii

2. Se face o diagramă Feynman cea mai simplă folosind Modelul Standard al vortexurilor ținând cont de:

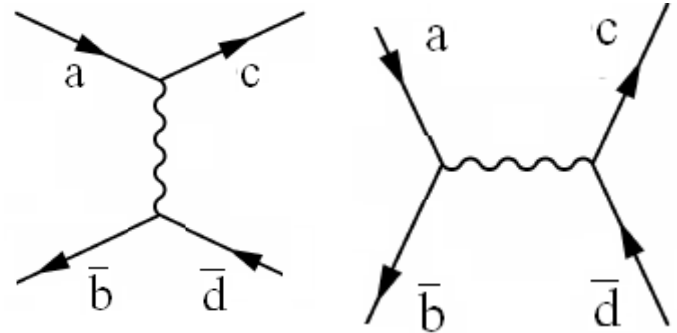
- ☉ diagrame similare pentru particule/antiparticule
- ☉ să nu fie nici un vortex care conectează un lepton la un quarc
- ☉ numai vortexurile de la weak CC (charged current-mod de interacțiune slabă prin bosoni W^\pm) schimbă aroma (flavour) ;
 - în interiorul generațiilor, pentru leptoni
 - în interiorul sau între generații pentru quarci

☉ dacă particulele sau antiparticulele sunt doar împrăștiate, adică $a+b \rightarrow c+d$, forma diagramei este de tipul:



$$a + \bar{b} \rightarrow c + \bar{d}$$

☺ dacă particulele și antiparticulele se pot împrăști și/sau anihila, diagramele pot fi de forma:



3. Se verifică dacă în întreg sistemul se conservă:

- energia și impulsul
- sarcina
- momentul cinetic

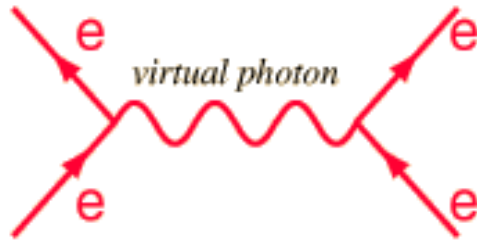
4. Se verifică conservarea parității

- în interacțiuni electromagnetice și tari se conservă
- în interacțiunea slabă poate fi încălcată

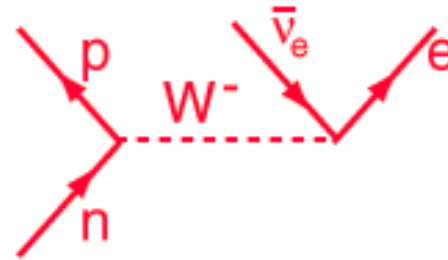
5. Se verifică simetria particulelor identice în starea finală:

- bosoni $\Psi(1,2) = +\Psi(2,1)$
- fermioni $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$

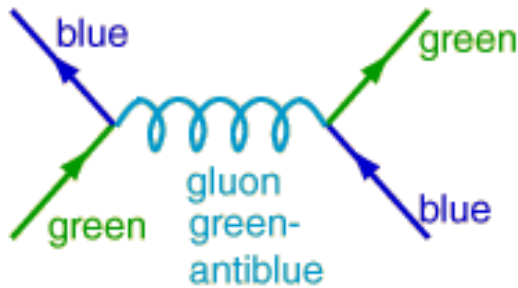
Reprezentarea interacțiunilor cu diagrame Feynman



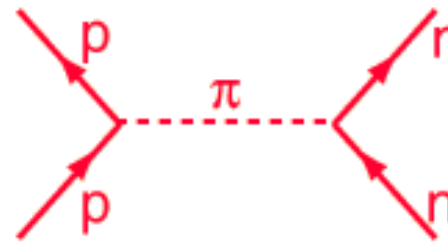
Electromagnetica



Slaba



intre quarci



intre nucleoni

Interactiune tare