

Testarea ipotezelor statistice

Formularea de ipoteze statistice este una din cele mai importante aspecte ale cercetării științifice. **O ipoteza nouă trebuie verificată!**

Pentru verificarea unor ipoteze statistice se folosesc diferite teste statistice.

Testarea statistică se face prin enunțarea a două ipoteze și apoi acceptarea (sau respingerea) ipotezei nulului:

Ipoteza nulului (H_0): reprezintă modelul pe care experimentatorul ar dori să îl înlocuiască (rezultatele sunt datorate întâmplării).

Ipoteza alternativă (H_1): este noul model (de obicei o negație a ipotezei nulului).

Ipoteza nulului nu trebuie probată ci negată!

Prin **respingerea ipotezei nulului**, cercetătorul afirmă că rezultatele observate nu sunt datorate întâmplării: rezultatul obținut este **semnificativ din punct de vedere statistic**.

Dacă ipoteza nulului nu este respinsă, cercetătorul afirmă că diferențele observate *sunt datorate întâmplării* și rezultatul este nesemnificativ din punct de vedere statistic.

Exemplu:

Testarea afirmatiei “*Baietii și fetele au inaltimi diferite*” se face prin verificarea urmatoarelor ipoteze:

Ipoteza nulului (H_0):

Nu există diferență între inaltimea baietilor si a fetelor.

Ipoteza alternativă (H_1):

Există o diferență între inaltimea baietilor si a fetelor

Pasii unui test statistic:

1. Formularea problemei in termenii **ipotezelor statistice** (H_0 , H_1)
2. Alegerea **statisticii** adaptata problemei (z sau t)
3. Alegerea **nivelului de semnificatie** α ($\alpha = 1 - P$) si apoi calcularea **pragului de separare (valoarea critica: z_{crit} ; t_{crit})** dintre valorile acceptabile si cele considerate inacceptabile (de obicei probabilitatea P se alege intre 99% si 95%).
4. **Calcularea** valorii statisticii (z_{calc} ; t_{calc}) folosind datele esantionului.
5. **Compararea** valorii calculate cu valoarea critica (data de nivelul de semnificație) pentru a decide dacă ipoteza nulului se respinge sau se accepta.

Clasificari

Teste statistice:

Teste parametrice – repartitia datelor este cunoscuta (testul F, testul F, etc).

Teste neparametrice: nu se cunoaste repartitia datelor (testul semnelor, testul Mann-Withney, etc)

Teste statistice parametrice: (fie un parametru θ : medie,, deviatie standard, etc)

Bilaterale

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 \quad H_1: \theta_1 \neq \theta_2$$

Unilaterale

$$a: H_0: \theta_1 = \theta_2 \quad H_1: \theta_1 > \theta_2$$

$$b: H_0: \theta_1 = \theta_2 \quad H_1: \theta_1 < \theta_2$$

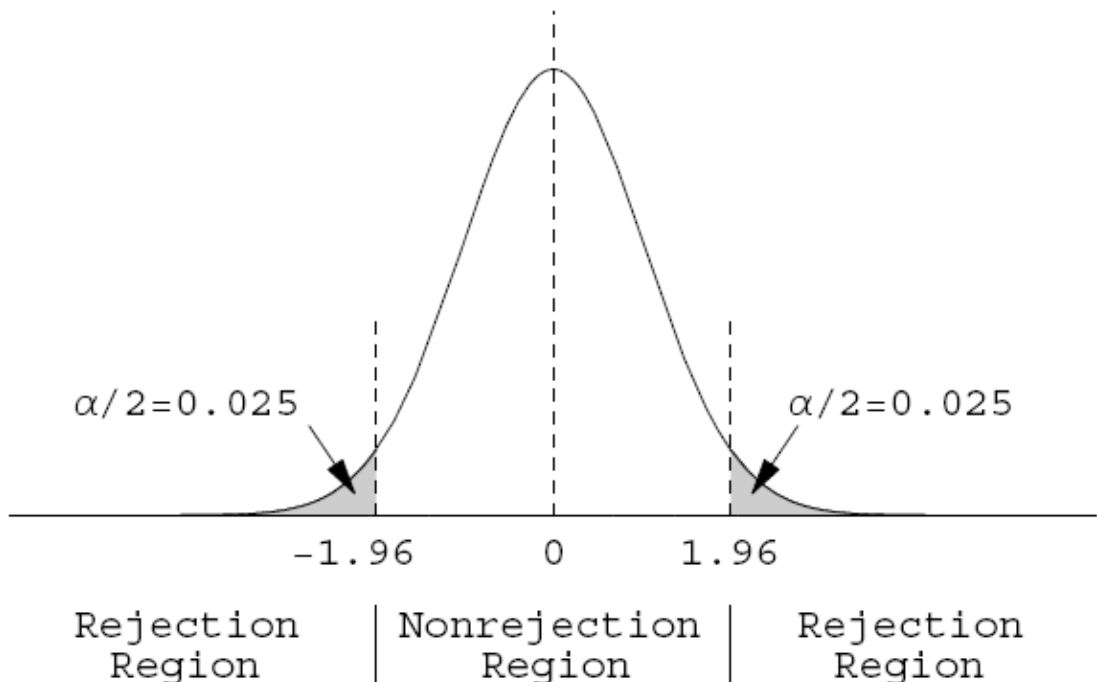
În funcție de modul de enunțare a ipotezei alternative, se alege una din următoarele regiuni critice (**dacă parametrul calculat se afla în regiunea critică, atunci ipoteza nulului se respinge**):

1. Regiune *critică bilaterală* - valoarea parametrului statistic al testului (z_{calc} ; t_{calc}) este *mai mică sau egală* cu valoarea extremă din stanga regiunii critice **sau** *mai mare sau egală* cu valoarea extremă din dreapta regiunii critice

(Ex: $H_1: \bar{X} \neq \mu_0$)

$$z_{\text{calc}} \geq z_{\text{crit}}$$

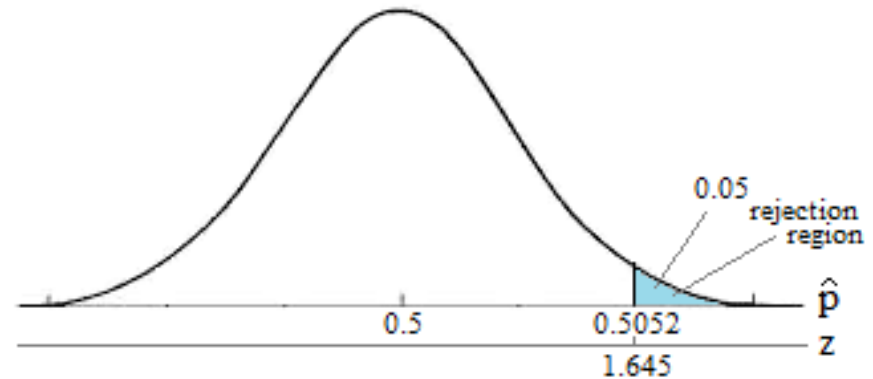
$$z_{\text{calc}} \leq -z_{\text{crit}}$$



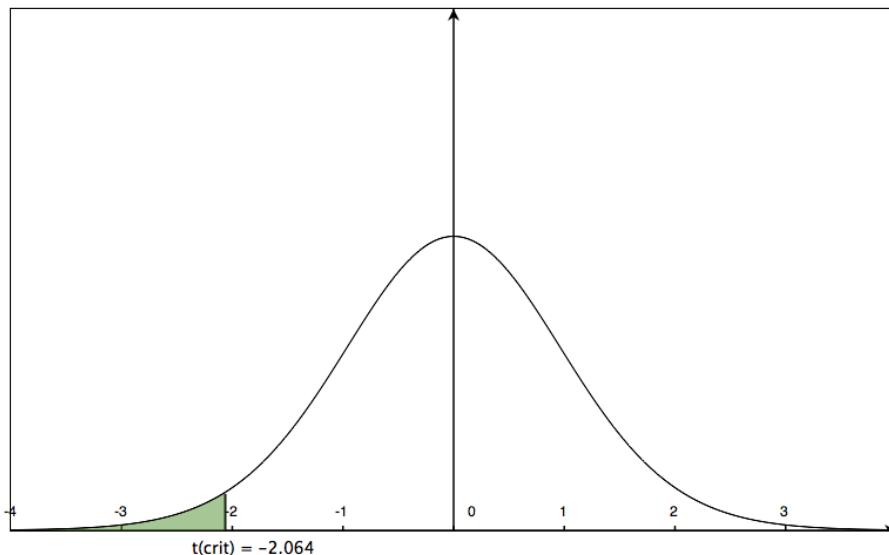
2. Regiune critica *unilaterală la dreapta* - valoarea parametrului statistic al testului (z_{calc} ; t_{calc}) este mai **mare sau egală** cu valoarea din dreapta a intervalului critic.

(Ex: $H_1: \bar{X} > \mu_0$)

$$z_{\text{calc}} \geq z_{\text{crit}}$$



3. Regiune critica *unilaterală la stanga* - valoarea parametrului statistic al testului (z_{calc} ; t_{calc}) este **mai mică sau egală** cu valoarea din stanga a intervalului critic.



(Ex: $H_1: \bar{X} < \mu_0$)

$$z_{\text{calc}} \leq z_{\text{crit}}$$

	Sign in H_0 and H_1	Rejection region	Graphical displays
Two tailed test	$H_0: \theta = \theta_0$ $H_1: \theta \neq \theta_0$	Both sides	
Right tailed test	$H_0: \theta \leq \theta_0$ $H_1: \theta > \theta_0$	Right sides	
Left tailed test	$H_0: \theta \geq \theta_0$ $H_1: \theta < \theta_0$	Left sides	

Practic: se verifica una din ipotezele:

$$H_0: \bar{X} = \mu_0, s = \sigma_0$$

$$H_1: \bar{X} \neq \mu_0, s \neq \sigma_0$$

unde $\bar{X}$ si s reprezinta media si deviatia standard a esantionului,

μ_0 si σ_0 reprezinta *media si deviatia standard a populatiei*

Nivelul de semnificatie α reprezinta probabilitatea de a respinge ipoteza nulului (H_0) cand ea de fapt este adevarata

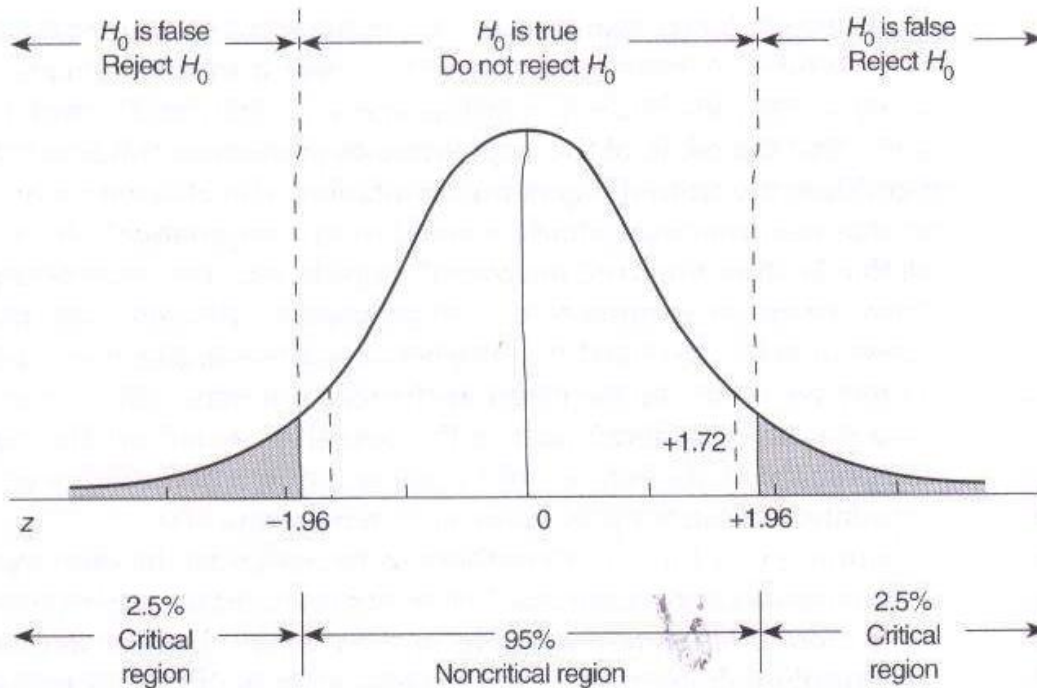
De obicei se alege un nivel de semnificație între 1% ($\alpha = 0,01$) și **5% ($\alpha = 0,05$)**.

$$\alpha = (1-P)$$

P - reprezinta nivelul de siguranta

Dacă parametrul statistic calculat (z_{calc} ; t_{calc}) se află în regiunea critică atunci se respinge ipoteza nulului H_0 , deci **se respinge ipoteza nulului H_0** .

Respingerea ipotezei nulului implica un risc de eroare $\leq \alpha$, α fiind riscul de gradul I.



Dacă parametrul statistic este în afara regiunii critice ipoteza nulului H_0 este acceptată.

Acceptarea ipotezei nulului implica un risc de eroare (notat cu β), numit risc de gradul II.

Erori de tipul I și II

$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2$ $H_1: \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$		Ipoteza nulului	
		adevarata	falsa
Ipoteza nulului	acceptata	Decizie corecta (prob = $1-\alpha$)	Eroare tip II (prob = β)
	respinsa	Eroare tip I (prob = α)	Decizie corecta (prob = $(1-\beta)$)

Rezultatul obținut în poate fi afectat de erori. *Ex:* alegând un nivel de probabilitate de 95%, există 5% posibilitate de a lua o decizie incorectă, atunci când validăm sau nu ipoteza testată.

Probabilitatea testării ipotezei	90%	95%	99%
Probabilitatea apariției erorii de tip I (α)	0,10	0,05	0,01
Probabilitatea apariției erorii de tip II (β)	mica	0,20	mare

Puterea (testului): $1-\beta$

$1-\beta \sim 0.80$ pentru $\alpha = 0.05$

Testul Z

- pentru compararea mediei unui eșantion cu media unei populații

- **Scopul testului:** compararea mediei unei variabile cantitative continue pe un eșantion reprezentativ extras dintr-o populație cu o medie cunoscută.

Se presupune că cele două populații au aceeași varianța

Parametrul testului:

$$Z_{calc} = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\sigma_x} = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

σ_x - eroarea standard a mediei

Condiții de aplicare:

1. Este necesar să cunoaștem varianța populației. Dacă nu se cunoaște, se aplică testul t-Student (pentru compararea mediei unui eșantion cu media unei populații).
2. Testul este corect aplicat dacă populația este normal distribuită. Dacă populația nu este normal distribuită testul dă doar o valoare orientativă.
3. Talia eșantionului trebuie să fie mare (≥ 30).

Testul z pentru compararea mediei unui eșantion cu media unei populații

$$z_{\text{calc}} = \frac{|\bar{x} - \mu|}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Ex: Media taliei nou-nascuților la termen este $\mu = 50$ cm.

Calcululele efectuate pe un esantion de prematuri ne dau urmatoarele valori: $S = 3$ cm, $n = 50$, $\bar{x} = 45$ cm. Se testeaza (cu $p = 95\%$) daca talia prematurilor difera de talia nascutilor la termen.

$$z_{\text{crit}} = z_{1 - \frac{\alpha}{2}}$$

Etapele testului:

1. Formularea ipotezelor:

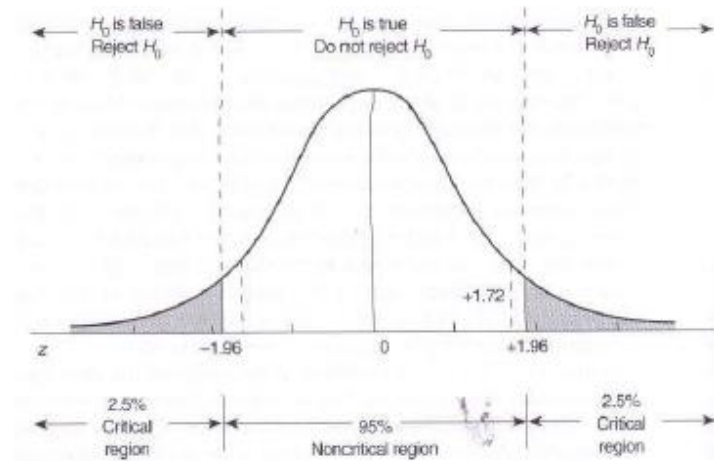
$$H_0 : \bar{x} = \mu$$
$$H_1 : \bar{x} \neq \mu$$

2. Nivelul de semnificatie: $\alpha = 0,05$; $z_{\text{crt}} = 1,96$

3. Parametrul testului: $Z_{\text{calc}} = 11,78$

4. Regiunea critica: $(-\infty; -1,96] \cup [1,96; +\infty)$

5. Decizia: se poate respinge ipoteza nulului pentru ca parametrul testului **apartine regiunii critice**. Testul este semnificativ din punct de vedere statistic: talia prematurilor difera de talia nascutilor la termen.



Alta varianta de aplicare a testului z:

1. Dorim sa comparam (cu o probabilitate de 95%) nivelul mediu al colesterolului femeilor din mediul rural cu cel al femeilor din mediul urban (media: $\mu_0 = 190$ mg/dL, deviatia standard: $\sigma_0 = 40$ mg/dL).

S-a determinat nivelul colesterolului la 100 femei din mediu rural si s-a obtinut o valoare medie de 181,52 mg/dL.

Datele problemei: $\bar{x} = 181,52$ mg/dL $\mu_0 = 190$ mg/dL $\sigma_0 = 40$, $s = 40$

Ipoteza nulului: $\bar{x} = \mu_0 = 190$,

Ipoteza alternativa: $\bar{x} \neq \mu_0 = 190$

Intervalul de incredere de 95% pentru media aritmetica este:

$$\left(\bar{x} - \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \quad z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{crit}$$

Daca acest interval de incredere **contine valoarea μ_0** , se respinge ipoteza alternative (se accepta ipoteza nulului).

$\alpha = 0,05$ deci $z_{crit} = 1,96$ **$190 \in (150,16; 212,88)$**

Se accepta ipoteza nulului: NU exista nici o diferenta intre nivelul mediu al colesterolului femeilor din mediul rural si cel al femeilor din mediul urban.

2. Se presupune ca media masei nou-nascutilor la termen este de 3,5 kg. Pe un esantion reprezentativ de 50 nou-nascuti prematur s-a calculat o medie a masei de 2,8 kg cu o deviatie standard egala cu 0,3.

Se poate afirma (cu o probabilitate de 95%) ca prematurii se nasc cu o masa mai mica decat nou-nascutii la termen?

(Diferenta dintre cele 2 medii este semnificativa din punct de vedere statistic?)

Datele problemei: $\mu = 3,5, \bar{x} = 2,8, s = 0,3$

Ipoteza nulului: Nu exista o diferenta semnificativa intre talia prematurilor si talia nou-nascutilor la termen.

Ipoteza nulului: $\bar{x} = \mu_0,$ *Ipoteza alternativa:* $\bar{x} \neq \mu_0$

Pentru un nivel de semnificatie $\alpha = 0,05$ ($P = 95\%$), intervalul de incredere pentru medie este:

$$\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

Daca acest interval de incredere **nu contine valoarea μ_0** , se accepta ipoteza alternativa.

$$\alpha = 0,05 \rightarrow z = 1,96$$

3,5 $\notin$ (2,716; 2,883) se accepta ipoteza alternativa

Testul Z

- pentru compararea mediilor a două eșantioane (cu variante inegale)

- **Pragul de semnificație** considerat este $\alpha = 0,05$.
- **Regiunea critică** pentru testul bilateral: $(-\infty; -1,96] \cup [1,96; \infty)$

- **Parametrul testului:**
$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$\bar{X}_1$ = media primului eșantionului;

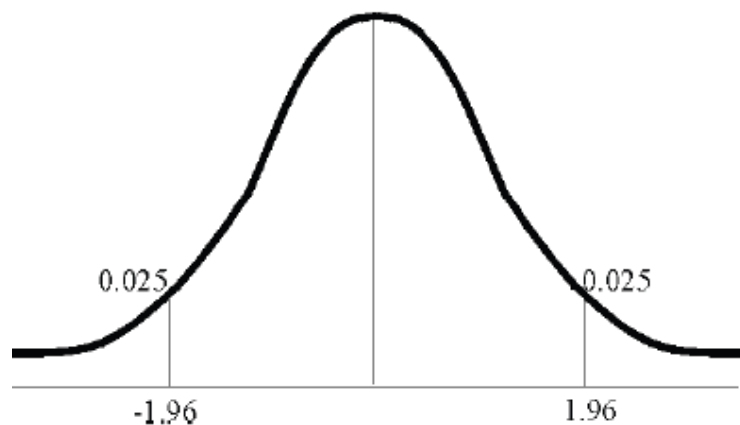
n_1 = volumul primului eșantion;

s_1^2 = varianța primului eșantion;

$\bar{X}_2$ = media celui de-al doilea eșantion;

n_2 = volumul celui de-al doilea eșantion;

s_2^2 = varianța celui de-al doilea eșantion.



Testul Z *pentru compararea mediilor a două eșantioane* (variante inegale)

Ex. Se știe că nivelul seric al magneziului urmează legea normală cu o varianța de 1 mg/100 ml la persoanele din România și respectiv cu o varianța de 2,3 mg/100 ml la persoanele din Moldova. Nivelul mediu al magneziului seric, obținut pe un eșantion de 42 persoane cu vârste cuprinse între 25 și 35 de ani din România este de 2 mg/100 ml. S-au efectuat teste serologice la un eșantion de 48 persoane cu vârste cuprinse între 25 și 35 de ani, din Moldova și media magneziului seric a fost de 2,5 mg/100 ml.

Există diferență între nivelul seric al magneziului la persoanele din Moldova față de persoanele din România?

Datele problemei:

- $n_1 = 42$; $n_2 = 48$
- $m_1 = 2$; $m_2 = 2,5$
- $s_1^2 = 1$; $s_2^2 = 2,3$

$$n_1 = 42; n_2 = 48$$

$$m_1 = 2; m_2 = 2,5$$

$$s_1^2 = 1; s_2^2 = 2,3$$

- **Ipoteza nulului:** *Diferența mediilor* magneziului seric la cele două eșantioane nu este semnificativ diferită de zero.
- **Ipoteza alternativă** (test bilateral): *Diferența mediilor* magneziului seric la cele două eșantioane este semnificativ diferită de zero.
- **Pragul de semnificație:** $\alpha = 0,05$. Deci $z_{\text{crit}} = 1,96$
- **Regiunea critică** (test bilateral): $(-\infty; -1,96] \cup [1,96; \infty)$

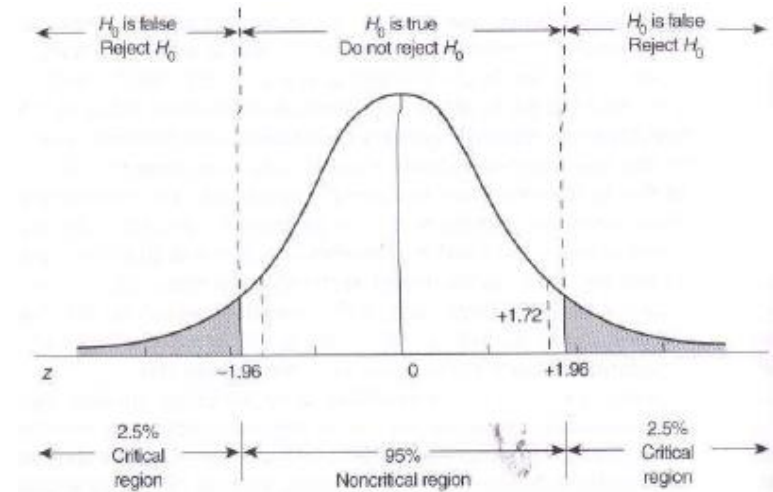
$$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{2 - 2,5}{\sqrt{\frac{1}{42} + \frac{2,3}{48}}} = \frac{-0,5}{\sqrt{0,02 + 0,05}} \quad z = \frac{-0,5}{\sqrt{0,07}} = \frac{-0,5}{0,27} = -1,87$$

Concluzie (test bilateral): Se acceptă ipoteza nulului, deoarece parametrul statistic calculat al testului nu aparține regiunii critice: diferența mediilor magneziului seric pentru cele două eșantioane nu este semnificativ diferită de zero (nu este semnificativa din punct de vedere statistic).

Test bilateral (non-directional):

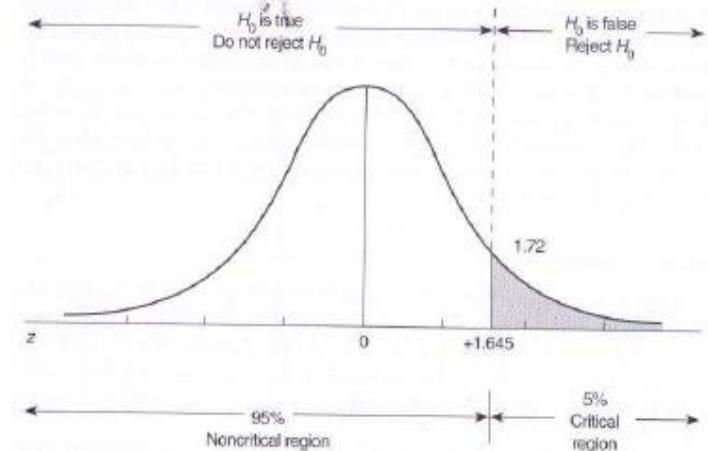
Nu se evaluează direcția diferenței
dintre cele două medii

Un test cu un nivel de semnificație α
are o probabilitate de $\alpha/2$ pentru fiecare
coadă



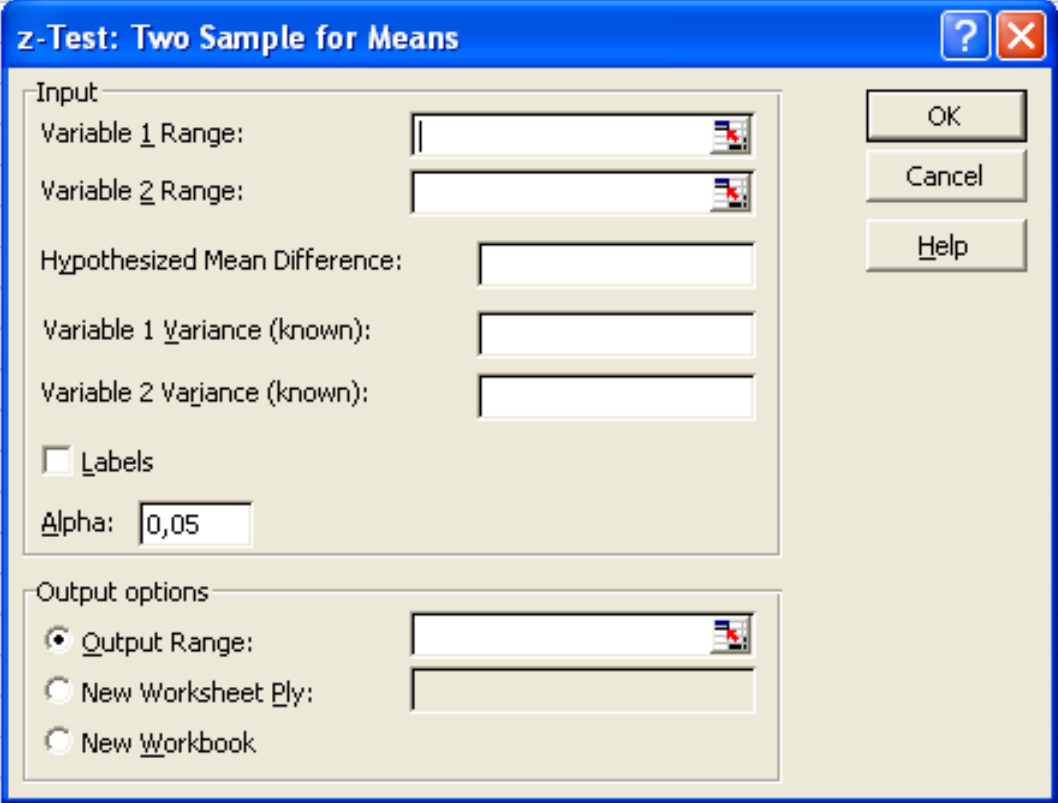
Test unilateral (directional):

Regiunea critica este localizata într-o
singura parte



EXCEL un singur test-z: "z-Test: Two Sample for Means"

- se activeaza din Analysis ToolPak ('Tools', 'Data Analysis')



The image shows the 'z-Test: Two Sample for Means' dialog box in Microsoft Excel. The dialog box has a blue title bar with the text 'z-Test: Two Sample for Means' and standard window controls (minimize, maximize, close). The main area is divided into two sections: 'Input' and 'Output options'. In the 'Input' section, there are five text boxes for 'Variable 1 Range', 'Variable 2 Range', 'Hypothesized Mean Difference', 'Variable 1 Variance (known)', and 'Variable 2 Variance (known)'. Below these is a checkbox for 'Labels' and a text box for 'Alpha' set to '0,05'. The 'Output options' section has three radio buttons: 'Output Range' (selected), 'New Worksheet Ply', and 'New Workbook'. To the right of the input fields are three buttons: 'OK', 'Cancel', and 'Help'.

z-Test: Two Sample for Means

Input

Variable 1 Range:

Variable 2 Range:

Hypothesized Mean Difference:

Variable 1 Variance (known):

Variable 2 Variance (known):

☐ Labels

Alpha:

Output options

☒ Output Range:

☐ New Worksheet Ply:

☐ New Workbook

OK Cancel Help

Teste "t-student"

Testarea ipotezei se poate realiza si prin intermediul **testelor- t**.

Există trei tipuri principale de **teste - t**

Testul - t pentru două eșantioane independente: testeaza daca diferenta dintre mediile a doua esantioane este semnificativa din punct de vedere statistic

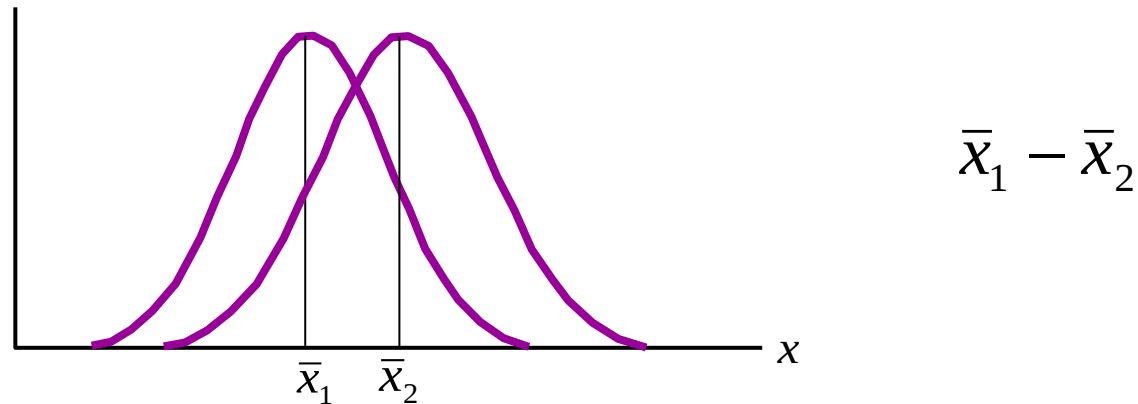
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0, \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Testul - t pentru un eșantion independent: testează media eșantionului față de media populației (cunoscută sau sugerată) ...

$$H_0: \mu = \text{valoarea cunoscuta}, \quad H_1: \mu \neq \text{valoarea cunoscuta};$$

Testul - t pentru două eșantioane dependente (eșantioane pereche: de obicei înainte si dupa tratament): testeaza diferența dintre perechile de date pentru a vedea daca tratamentul aplicat a avut efect.

Diferența dintre mediile aritmetice



Conform *teoremei limitei centrale*, diferența dintre mediile aritmetice a două esantioane ce provin din aceeași populație este o mărime care are o distribuție normală.

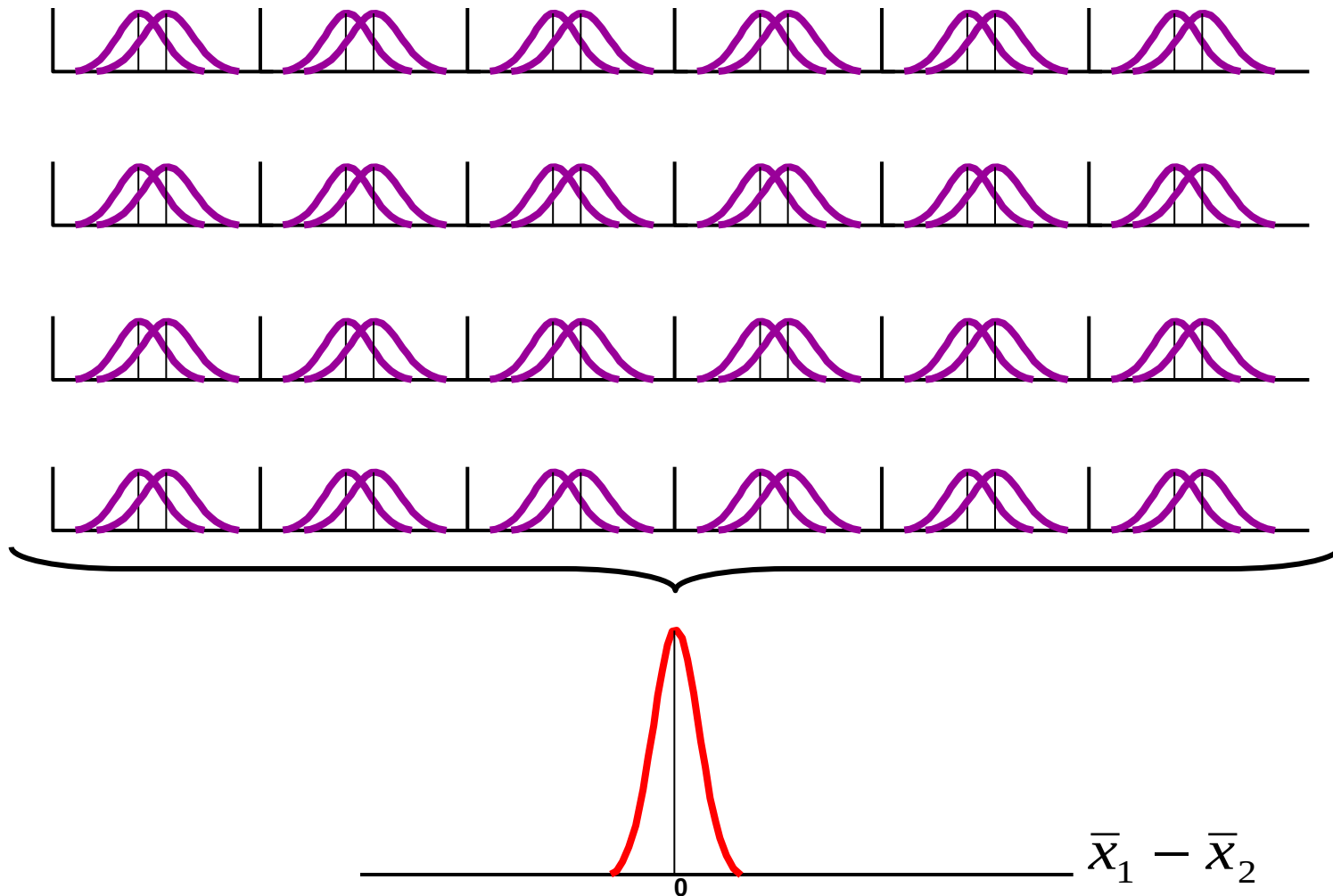
Ipoteza nulului ($\mu_1 = \mu_2$) se poate scrie sub forma:

$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

adică diferența dintre mediile populațiilor din care provin cele două eșantioane este egală cu zero.

Distribuția diferențelor dintre medii

Distribuția diferențelor dintre mediile unor eșantioane ce provin din aceeași populație are media aritmetică egală cu 0.



Etapele unui test - t:

1. Identificarea datelor
2. Enuntarea ipotezelor
3. Calcularea statisticii-t, corespunzătoare parametrului statistic

(ex: t_{calc} descrie diferența dintre mediile a două eșantioane în unități ale erorii standard σ):

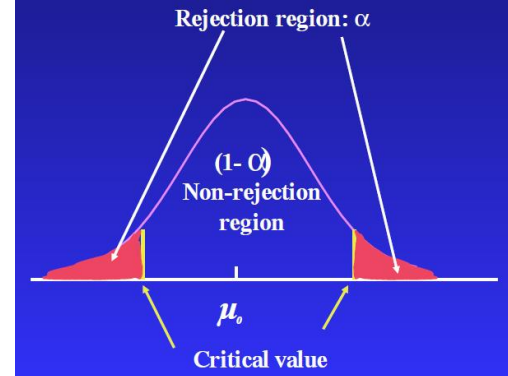
$$t_{\text{calc}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \quad t_{\text{calc}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \quad t_{\text{calc}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_{\bar{d}}}$$

4. Determinarea valorii critice t_{crit} (definita de nivelul de semnificatie α si de gradul de libertate df)
5. Compararea valorii calculate cu valoarea critica si acceptarea uneia din ipotezele enuntate:

daca $t_{\text{calc}} < t_{\text{crit}}$, **este satisfăcută ipoteza nulului**

daca $t_{\text{calc}} > t_{\text{crit}}$, **este satisfăcută ipoteza alternativa**

testul este semnificativ din punct de vedere statistic



Eroarea standard a distribuției diferențelor dintre mediile aritmetice se numeste **eroare standard a diferenței**:

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sigma_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

σ_p reprezinta **deviația standard a populației estimată** din deviațiile standard (s_1, s_2) ale ambelor eșantioane

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}}$$

n_1 si n_2 reprezinta **marimile** (taliile) celor doua esantioane

- dacă eșantioanele fac parte din aceeași populație, orice deviație de la zero a diferenței mediilor se datorează strict eșantionării

- cu cât diferența mediilor este mai mare cu atât este mai mică probabilitatea ca eșantioanele să facă parte din aceeași populație

Testul-t pentru un eșantion

Valoarea dată de autoritate: 17,34 mg/l.

Eșantion: $\bar{X} = 21,89$; $s = 3,04$; $n = 20$,

Nivelul de semnificație: 0,05

$$t_{\text{calc}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = 6,69$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{3,04}{\sqrt{20}} = 0,68$$

$$t_{\text{crit}} = ?$$

$$df = n - 1 = 20 - 1 = 19$$

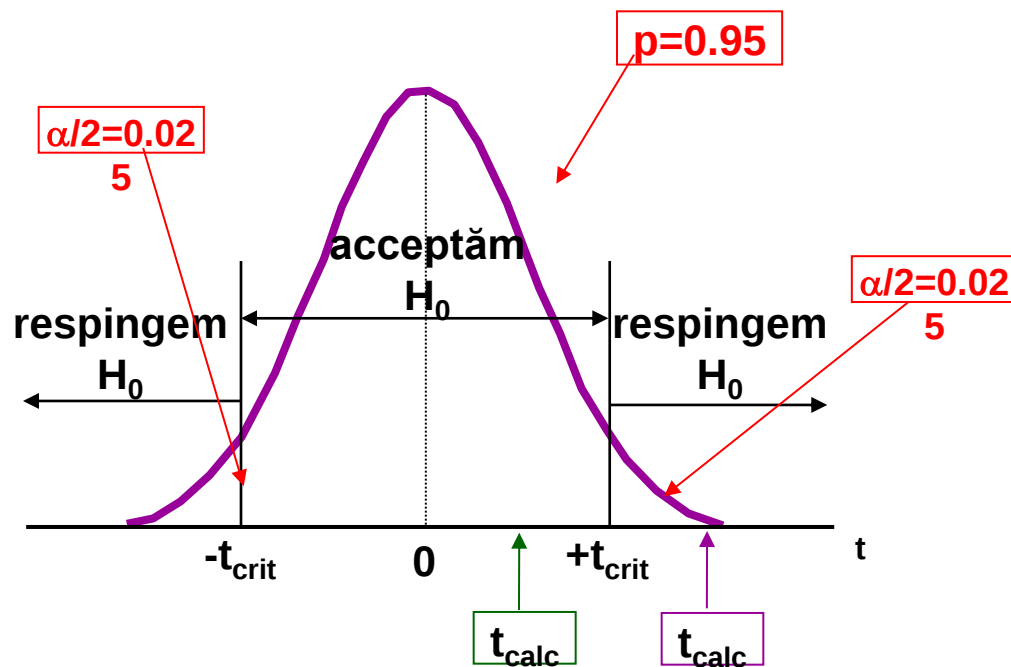
$$\alpha = 1 - p = 0,05$$

$$t_{\text{crit}} = t_{df; \alpha/2} = 2,093$$

$$t_{\text{calc}} > t_{\text{crit}}$$

se respinge ipoteza nulului H_0

Concluzie: valoarea raportata de autoritate este gresita!



Problema: Nivelul mediu al colesterolului sanguin la femeile cu vârstă între 21 și 40 de ani din România are o distribuție normală și o valoare medie de 190 mg/dL cu o deviație standard de 40mg/dL. S-au efectuat teste de sânge pe un eșantion de 10 femei din mediul rural cu vârste cuprinse între 21 și 40 de ani și s-a obținut o medie a colesterolului de 181,52 mg/dL cu o deviație standard de 40 mg/dL.

- Este nivelul colesterolului femeilor cu vârstă între 21 și 40 de ani din rural semnificativ diferit de nivelul colesterolului populației României?
- Presupunem că nivelul colesterolului la femeile cu vârste cuprinse între 21 și 40 de ani, din mediul rural este normal distribuit.

Datele problemei: $\mu_0 = 190$; $n = 10$, $\bar{X} = 181,52$; $s = 40$

Ipoteza nulă: media colesterolului la femeile din mediul rural nu diferă față de media colesterolului populației femeilor din României.

• **Ipoteza alternativă** (pentru testul bilateral): media colesterolului la femeile din mediul rural diferă față de media colesterolului populației feminine a României.

- **Pragul de semnificație:** $\alpha = 0,05$. $\alpha = 1 - P$
- **Numărul de grade de libertate:** $df = n-1 = 10-1 = 9$
- **Regiunea critică:** $(-\infty; -t_{9;0,025}] \cup [t_{9;0,025}; +\infty)$ $t_{crit} = t_{df;\alpha/2} = 2,262$
 $(-\infty; -2,262] \cup [2,262; +\infty)$
- **Valoarea calculată:** $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{181,52 - 190}{\frac{40}{\sqrt{10}}} = \frac{-8,48}{\frac{40}{3,16}} = \frac{-8,48}{12,66} = -0,67$
 $t_{calc} = -0,67$

Concluzia: Deoarece valoarea parametrului statistic calculat al testului nu aparține regiunii critice **ipoteza nulului se acceptă**.

Aceasta înseamnă că nivelul mediu al colesterolului la femeile din mediul rural nu diferă semnificativ față de media colesterolului în populația de sex feminin a României.

Testul - t pentru 2 eșantioane

Să se determine cu o probabilitate de 95% dacă există vreo diferență între eșantioanele 1 și 2.

$$n_1 = 20$$

$$n_2 = 20$$

$$p = 0,95$$

$$\bar{x}_1 = 16.67$$

$$\bar{x}_2 = 13.75$$

$$s_1 = 4.2$$

$$s_2 = 5.1$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$t_{\text{calc}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = 2,07$$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sigma_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = 1,41$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}} = 4,46$$

gradul de libertate: $df = n_1 + n_2 - 2 = 38$

nivelul de semnificație $\alpha = 1 - p = 0,05$

$$t_{\text{crit}} \sim 2,02$$

$t_{\text{calc}} > t_{\text{crit}} \rightarrow$ respingem ipoteza nulului: cele 2 eșantioane provin din populații diferite.

Problema: Dorim să studiem dacă există o diferență semnificativă între cantitatea de acid uric sanguin la femeile din mediul urban față de cele din mediul rural. Pe un eșantion de 16 femei cu vârste cuprinse între 30 și 50 de ani din mediul urban, media acidului uric este de 5 mg/100 ml, cu o varianță egală cu 2 mg/100 ml. S-a determinat media acidului uric la un eșantion de 16 persoane de sex feminin cu vârste cuprinse între 30 și 50 de ani din mediul rural, având o valoare de 4 mg/100 ml cu o variant de 2 mg/100 ml.

Datele problemei: $n_1 = 16$; $n_2 = 16$ $m_1 = 5$; $m_2 = 4$ $s^2 = 2$.

- **Ipoteza nulă:** Nu există diferență semnificativă între mediile acidului uric la cele două eșantioane.
- **Ipoteza alternativă** pentru testul bilateral: Există o diferență semnificativă între mediile acidului uric la cele două eșantioane.

Numărul de grade de libertate: $df = n_1 + n_2 - 2 = 16 + 16 - 2 = 30$

• **Pragul de semnificație:** $\alpha = 0,05$

• **Regiunea critică** (test bilateral): $(-\infty ; t_{\text{crit}}] \cup [t_{\text{crit}}; +\infty)$

$$t_{\text{crt}} = t_{df; \alpha/2} = 2,04 \qquad (-\infty; -2,04] \cup [2,04; +\infty)$$

- **Valoarea calculata:**

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} = \sqrt{\frac{(16 - 1)2 + (16 - 1)2}{16 + 16 - 2}} = \sqrt{\frac{60}{30}} = 1,41$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{5 - 4}{\sqrt{1,41\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{1,41 \cdot 0,25}} = \frac{1}{\sqrt{0,3525}} = \frac{1}{0,5937} = 1,68$$

$$t_{\text{calc}} = -1,68$$

Concluzie: Deoarece parametrul testului (t_{calc}) nu aparține regiunii critice, se acceptă ipoteza nulului.

În concluzie nu există o diferență statistică între mediile acidului uric la femeile cu vârste cuprinse între 30 și 50 de ani din mediul urban și respectiv mediul rural.

Testul-t pentru eşantioane pereche

Cu ajutorul testelor t pentru esantioane pereche este evaluat efectul tratamentului asupra pacienţilor in trialurile medicale.

$$t_{calc} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{d}}} = \frac{d - 0}{\sigma_{\bar{d}}} \quad \sigma_{\bar{d}} = \frac{s_d}{\sqrt{n}} \quad s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

unde d reprezinta diferenţa dintre fiecare pereche de măsurători;

$\bar{d}$ media diferenţelor; $\sigma_{\bar{d}}$ eroarea standard a diferenţei dintre perechile de date, s_d deviaţia standard a diferenţelor.

Pentru stabilirea valorii t_{crit} gradul de libertate este dat de relatia: $dn = n-1$

Cele 2 esantioane au acelasi numar de valori!

Prin calcularea diferentei dintre cele 2 esantioane se reduce problema la un test pentru un singur esantion.

Ex: Placebo (X_1) versus medicament activ (X_2)

Inainte de tratament (X_1) versus dupa tratament (X_2)

Problema:

ID	Tensiunea arterială sistolică la femeii înainte de utilizarea contraceptivelor orale (x_{i1})	Tensiunea arterială sistolică la femeii după utilizarea contraceptivelor orale (x_{i2})	$d_i(x_{i1} - x_{i2})$
1	115	128	13
2	112	115	3
3	107	106	-1
4	119	128	9
5	115	122	7
6	138	145	7
7	126	132	6
8	105	109	4
9	104	102	-2
10	115	117	2

Ipoteza nulului: nu există diferență semnificativă între tensiunea arterială sistolică înainte și respectiv după utilizarea contraceptivelor orale.

- **Ipoteza alternativă** (test bilateral): există diferență semnificativă între tensiunea arterială sistolică înainte și respectiv după utilizarea contraceptivelor orale.
- **Numărul de grade de libertate:** $df = n - 1 = 10 - 1 = 9$
- **Pragul de semnificație:** $\alpha = 0,05$ $t_{crt} = t_{df, \alpha/2} = 2,262$
- **Regiunea critică** (test bilateral): $(-\infty; -2,262] \cup [2,262; +\infty)$

• **Valoarea calculate** (t_{calc}):

$$\bar{d} = \frac{13 + 3 - 1 + 9 + 7 + 7 + 6 + 4 - 2 + 2}{10} = \frac{48}{10} = 4,8$$

$$s = \sqrt{\frac{(13-4,8)^2 + (3-4,8)^2 + (-1-4,8)^2 + (9-4,8)^2 + 2 \cdot (7-4,8)^2 + (6-4,8)^2 + (4-4,8)^2 + (-2-4,8)^2 + (2-4,8)^2}{10-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{8,2^2 + (-1,8)^2 + (-5,8)^2 + (4,2)^2 + 2 \cdot 2,2^2 + 1,2^2 + (-0,8)^2 + (-6,8)^2 + (-2,8)^2}{10-1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{67,24 + 3,24 + 33,64 + (4,2)^2 + 2 \cdot 4,84 + 1,44 + 0,64 + 46,24 + 7,84}{10-1}} = \sqrt{\frac{187,60}{9}} = \sqrt{20,84} = 4,57$$

$$t = \frac{\frac{\bar{d}}{s}}{\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{9}}} = \frac{\frac{4,8}{4,57}}{\frac{3}{3}} = \frac{4,8}{1,52} = 3,15$$

$$t_{\text{calc}} = 3,15$$

Concluzie (test bilateral): Deoarece parametrul testului aparține regiunii critice ipoteza nulului se respinge.

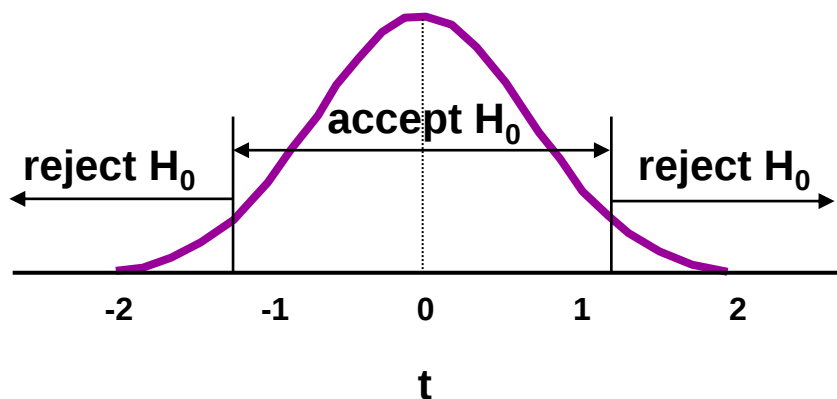
Se poate trage concluzia că utilizarea contraceptivelor orale se asociază cu creșterea tensiunii arteriale sistolice.

Teste one-tailed (unilateral) și two-tailed (bilateral)

teste two-tailed

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (sau } \mu_1 - \mu_2 = 0)$$

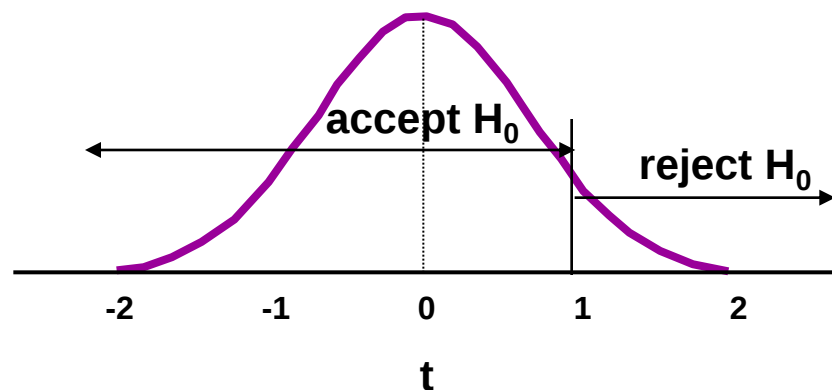
$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (sau } \mu_1 - \mu_2 \neq 0)$$



test one-tailed

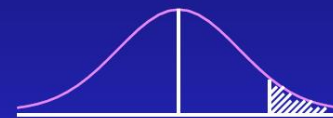
$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (sau } \mu_1 - \mu_2 = 0)$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2 \text{ (sau } \mu_1 - \mu_2 > 0)$$



Testele "one-tailed" verifică ipoteze diferite față de testele "two-tailed", dar se efectuează în mod similar.

Right – Sided Test



Left – Sided Test



Two – Sided Test



▨ = rejection region

Observatii:

- pentru eșantioane mari (>30) se poate folosi atat statistica t cat si statistica z

$$Z_{\text{calc}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\hat{\sigma}_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \quad Z_{\text{calc}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\hat{\sigma}_{\bar{X}}}$$

- pentru **eșantioane mici**, populația din care sunt luate eșantioanele trebuie să fie **normal distribuită**;
- pentru **eșantioane mari**, populația mamă poate avea **orice distribuție**;
- cele două eșantioane provin din distribuții care pot să difere în ceea ce privește media aritmetică, dar nu în ceea ce privește deviația standard (**varianța egală**);
- observațiile sunt aleatoare, iar eșantioanele sunt independente (nu si în cazul eșantioanelor pereche).

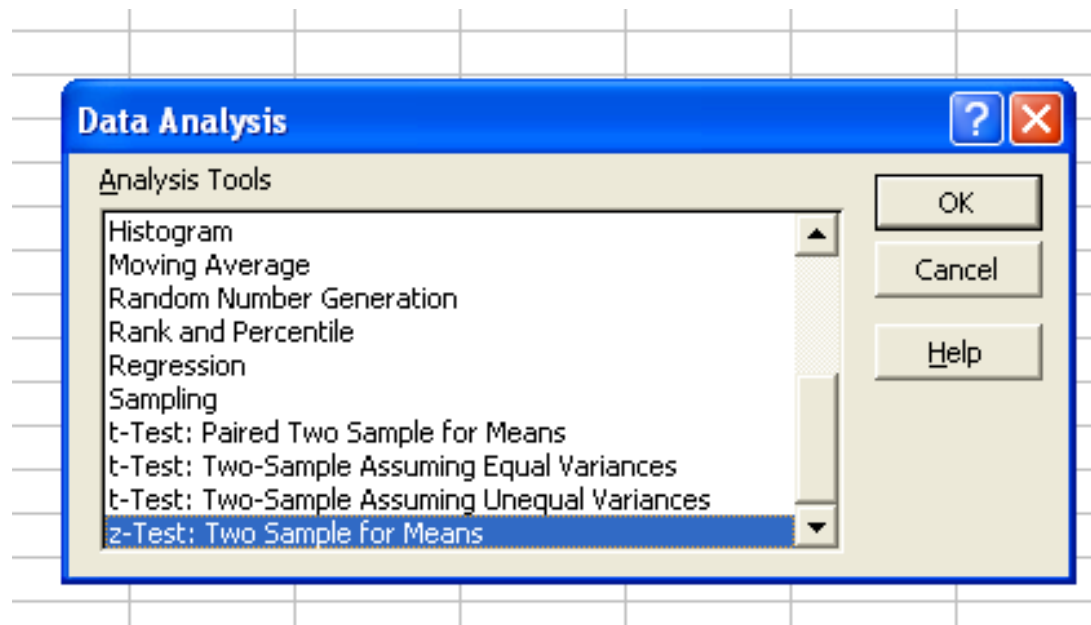
EXCEL are 3 tipuri de teste-t:

t-Test: Paired Two-Sample for Means

t-Test: Two-Sample Assuming Equal Variances

t-Test: Two-Sample Assuming Unequal Variances

Se activeaza din Analysis ToolPak ('Tools', 'Data Analysis')



P1. In primele 4 saptamani de viata, nou-nascutii castiga 100 g/saptamana. Un esantion de 25 bebelusi hraniti cu o nou tip de lapte praf au castigat (in medie) 112 g/saptamana, cu o deviatie standard de 30g/sapt.

Este acest rezultat semnificativ din punct de vedere statistic?

P2. Se compara doua medicamente pentru cefalee (durere de cap). Rezultatele testelor clinice efectuate sunt:

Medicament A: $media_1 = 20,1$, $s_1 = 8,7$, $n_1 = 12$ pacienti,

Medicament B: $media_2 = 18,9$, $s_2 = 7,5$, $n_2 = 12$ pacienti,

Exista o diferenta semnificativa statistic intre cele doua medicamente?

P3. Tensiunea arteriala masurata pentru 5 pacienti in cadrul unui test clinic sunt:

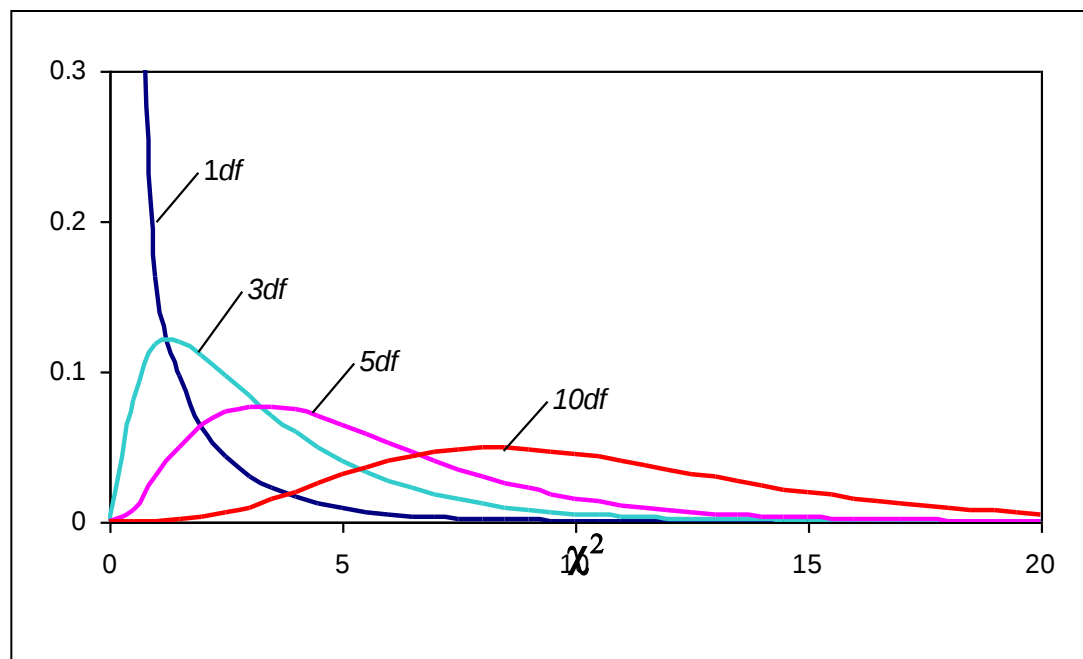
Medicamentul testat scade semnificativ tensiunea arteriala?

pacient	placebo	medicament
1	150	130
2	180	148
3	148	126
4	172	150
5	160	136

Distribuția χ^2

Distribuția χ^2 (chi-patrat):

- o familie de distribuții
- asimetrică
- originea în 0
- forma dependentă de numărul de grade de libertate
- "suma unor pătrate"



Se bazează pe evaluarea distanței dintre f_o și f_e

$$\chi^2_{calc} = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

f_o = valoarea observată,

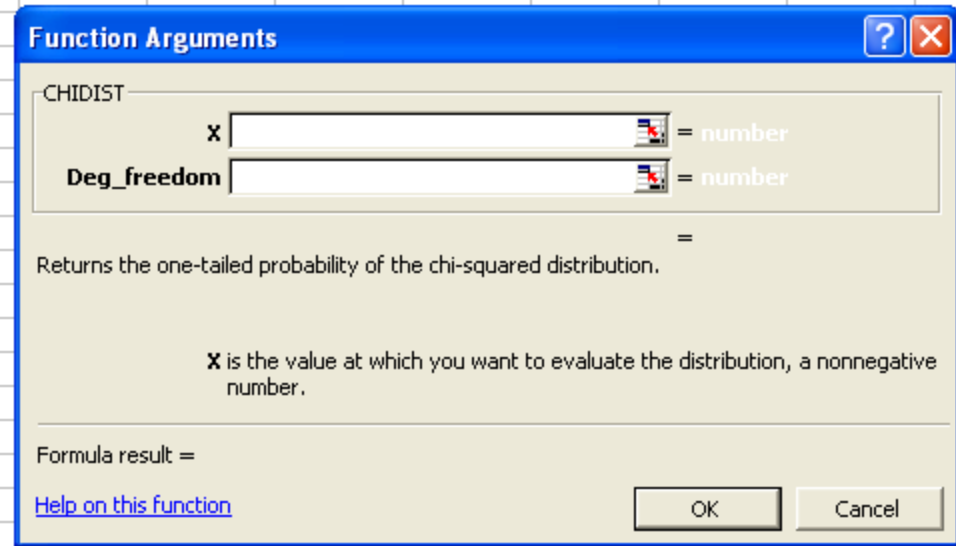
f_e = valoarea așteptată

df - gradul de libertate

df = număr categorii - 1

CHIDIST: calculează
probabilitatea asociată valorii χ^2

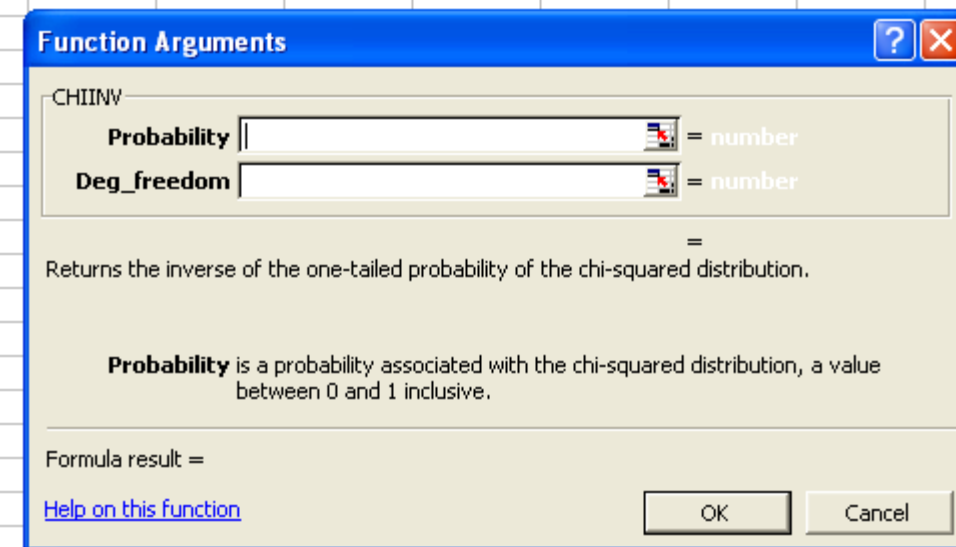
se indica gradul de libertate
df = numar categorii - 1



The image shows the 'Function Arguments' dialog box for the CHIDIST function in Microsoft Excel. The dialog has a blue title bar with a question mark and a close button. The main area is light beige. At the top, it says 'CHIDIST'. Below this, there are two input fields: 'x' and 'Deg_freedom'. Each field has a small icon to its right. To the right of each field is an equals sign followed by the text '= number'. Below the input fields, there is a line with an equals sign. Underneath that, it says 'Returns the one-tailed probability of the chi-squared distribution.' Further down, there is a paragraph: 'x is the value at which you want to evaluate the distribution, a nonnegative number.' At the bottom, there is a section labeled 'Formula result =' followed by a blue hyperlink 'Help on this function'. On the right side, there are two buttons: 'OK' and 'Cancel'.

CHIINV: calculează valoarea χ^2
daca se cunoaste probabilitatea
asociata.

se indica gradul de libertate
df = numar categorii - 1



The image shows the 'Function Arguments' dialog box for the CHIINV function in Microsoft Excel. The dialog has a blue title bar with a question mark and a close button. The main area is light beige. At the top, it says 'CHIINV'. Below this, there are two input fields: 'Probability' and 'Deg_freedom'. Each field has a small icon to its right. To the right of each field is an equals sign followed by the text '= number'. Below the input fields, there is a line with an equals sign. Underneath that, it says 'Returns the inverse of the one-tailed probability of the chi-squared distribution.' Further down, there is a paragraph: 'Probability is a probability associated with the chi-squared distribution, a value between 0 and 1 inclusive.' At the bottom, there is a section labeled 'Formula result =' followed by a blue hyperlink 'Help on this function'. On the right side, there are two buttons: 'OK' and 'Cancel'.

Tabelul distributiei χ^2

Degrees of freedom	0.100	0.050	0.010	0.005	0.001
1	2.7055	3.8415	6.6349	7.8944	10.828
2	4.6052	5.9915	9.2102	10.5963	13.8173
3	6.2514	7.8147	11.3447	12.8383	16.2672
4	7.7795	9.4877	13.2768	14.8605	18.4667
5	9.2363	11.0705	15.0864	16.7495	20.5165
6	10.6447	12.5916	16.8118	18.5479	22.4599
7	12.0171	14.0671	18.4751	20.2776	24.3219
8	13.3616	15.5073	20.0900	21.9549	26.1237
9	14.6836	16.9190	21.6658	23.5891	27.8768
10	15.9872	18.3071	23.2095	25.1886	29.5871
11	17.2750	19.6751	24.7250	26.7569	31.2628
12	18.5493	21.0261	26.2170	28.2999	32.9099
13	19.8120	22.3621	27.6882	29.8195	34.5283
14	21.0641	23.6848	29.1409	31.3198	36.1258
15	22.3071	24.9958	30.5778	32.8014	37.6973
16	23.5418	26.2962	31.9998	34.2675	39.2520
17	24.7690	27.5871	33.4086	35.7186	40.7908
18	25.9894	28.8693	34.8052	37.1562	42.3131
19	27.2036	30.1435	36.1912	38.5823	43.8206
20	28.4120	31.4104	37.5660	39.9970	45.3141
21	29.6151	32.6706	38.9321	41.4017	46.7982
22	30.8133	33.9244	40.2893	42.7955	48.2678
23	32.0069	35.1725	41.6383	44.1808	49.7262
24	33.1962	36.4151	42.9797	45.5291	51.1831
25	34.3816	37.6525	44.3144	46.9280	52.6165

Testul χ^2 (Chi-square) (testul de independenta)



Karl Pearson
(1857-1936)

Testul χ^2 este similar testului t, dar are aplicabilitate mai mare:

- poate fi utilizat pentru **mai mult de două eșantioane**.
- este un **test non-parametric** (poate fi utilizat cu eșantioane formate din seturi de date care nu sunt normal distribuite);
- poate fi utilizat pentru date scalate nominal și date scalate pe un interval;

Testul χ^2 este *mai puțin sensibil* decât testul-t, deci dacă datele pot fi prelucrate cu testul-t, atunci este de preferat ca acesta să fie folosit.

Prin testul χ^2 **sunt comparate frecvențele observate cu frecvențele așteptate!**
(frecvențele de apariția a unor valori)

Pentru ce este folosit testul χ^2 ?

- Testează dacă un eșantion derivă dintr-o populație presupusă;
- Testează dacă două eșantioane provin din aceeași populație “mamă”;
- Testează dacă trei sau mai multe eșantioane provin din aceeași populație “mamă”.

- se folosește tabelul distribuției χ^2

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E} \quad \text{df} = \text{numarul de categorii} - 1$$

O - frecvențe observate (observed)

E - frecvențe așteptate (expected)

$\alpha = p - 1$ (α nivel de semnificație)

Dacă se folosesc mai mult de 2 eșantioane: **df = (r-1)·(c-1)**

r - număr de rânduri; c - număr de coloane (tabel de contingent)

Testul χ^2

- Nu trebuie utilizat pentru eșantioane de volum mic.
- Testul este valid doar dacă valoarea așteptată (teoretică) pentru fiecare celulă este cel puțin egală cu 1 și frecvența absolută observată este de minim 5.
- Dacă aceste condiții nu sunt îndeplinite se aplică testul exact al lui Fisher (Fisher's Exact Test)
- Testul χ^2 Indică dacă cele două variabile sunt sau nu independente
DAR NU cuantifică puterea asocierii dintre ele.

Etapele unui test χ^2 :

1. Definirea ipotezelor statistice
2. Definirea parametrului
3. Definirea pragului de semnificație
4. Definirea regiunii critice
5. Calcularea valorii observate a parametrului
6. Luarea deciziei

Test- χ^2 pentru un eșantion

Testează dacă datele din eșantion urmează distribuția presupusă

Ex: Numarul de ecografii efectuate intr-o saptamana de 5 medici (A, B, C, D, E) ai unui spital sunt:

A	B	C	D	E	total
142	178	87	189	87	683

Enuntam ipotezele:

H_0 : Numărul de ecografii este același pentru toți medicii (nu există un tipar)

H_1 : Numărul de ecografii este diferit pentru cel puțin un medic (există un tipar)

Dorim să testăm (cu un nivel de siguranță de 99%) dacă tiparul observat este real, ori provine dintr-o eșantionare aleatoare a unei populații uniforme.

Pentru calcularea valorii χ^2_{calc} se face un **tabel de contingență**:

	A	B	C	D	E	Total
f_o	142	178	87	189	87	683
f_e	136,6	136,6	136,6	136,6	136,6	683
$f_o - f_e$	5,4	41,4	49,6	52,4	49,6	
$(f_o - f_e)^2$	29,1	1713,9	2460,1	2745,8	2460,1	
$(f_o - f_e)^2 / f_e$	0,2	12,5	18	20,1	18,0	68,8

f_o = frecvențe observate, f_e = frecvențe așteptate: $f_e = \text{total} / (\text{nr. categorii})$

$$\chi^2_{\text{calc}} = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

nivelul de semnificație:

$\alpha = 1 - p = 0,01$ (P = 99%)

gradul de libertate:

$df = n - 1 = 4$ (n = numărul de categorii)

$\chi^2_{\text{crit}} = 13,227$ din tabelul distribuției chi-patrat!

$\chi^2_{\text{calc}} (68,8) > \chi^2_{\text{crit}} (13,227)$ Se **respinge** H_0 (se acceptă H_1)

Deci, există un tipar legat de nr de ecografii efectuate de cei 5 medici

Example. Rolling a die 60 times:

	1	2	3	4	5	6
<i>obs</i>	6	8	12	15	14	5
<i>exp</i>	10	10	10	10	10	10
<i>(obs-exp)</i>	-4	-2	2	5	4	-5
<i>(obs-exp)²</i>	16	4	4	25	16	25
<i>(obs-exp)²/exp</i>	1.6	0.4	0.4	2.5	1.6	2.5

calculat

$$\chi^2 = 1.6 + 0.4 + 0.4 + 2.5 + 1.6 + 2.5 = 9.0,$$

$$\text{with } d.f. = (\# \text{ of categ.}) - 1 = 6 - 1 = 5.$$

critic

$$\text{From Chi-sq. Table, } \chi^2_{5, 0.10} = 9.2363,$$

$\chi^2_{calc} < \chi^2_{crit}$ deci se accepta ipoteza nulului H_0

Datele observate nu sunt semnificative statistic! Diferentele ce apar se datoreaza intamplarii.

Testul- χ^2 pentru 2 eșantioane

- Testează dacă două seturi de date au aceeași distribuție
- H_0 : cele două eșantioane fac parte din aceeași populație mamă (sau populațiile au aceeași distribuție);
- H_1 : cele două eșantioane nu fac parte din aceeași populație mamă.

Observed:

	C1	C2	
R1	A	C	A+C
R2	B	D	B+D
	A+B	C+D	A+B+C+D

Expected:

$$E = \frac{(\text{row total}) * (\text{column total})}{(\text{grand total})}$$

$$d.f. = (r-1)*(c-1)$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Ex: În două cartiere din Cluj a fost efectuat un sondaj pentru a determina gradul de calificare a populației adulte.

Dorim să determinăm, pentru 95% nivel de încredere, dacă nivelul "educațional" în cele două cartiere este același.

	doctorat	masterat	licență	liceu	10 clase
cartier 1	20	11	46	47	21
cartier 2	12	9	41	30	37

H_0 : distribuția în frecvență a nivelului educațional în cele două cartiere este aceeași (eșantioanele derivă din aceeași populație)

H_1 : distribuția în frecvență a nivelului educațional în cele două cartiere nu este aceeași (eșantioanele nu provin din aceeași populație)

Etape:

1. Se determină totalurile fiecărei categorii și a fiecărui eșantion
2. Se calculează frecvențele așteptate (f_e) pentru fiecare combinație eșantion-categorie folosind formula:

$$f_e = \frac{(\text{total rând})(\text{total coloană})}{\text{total general}}$$

	doctorat	masterat	licență	liceu	10 clase	Total
cartier 1 $f_o (f_e)$	20 (16,9)	11 (10,6)	46 (46,0)	47 (40,7)	21 (30,7)	145
cartier 2 $f_o (f_e)$	12 (15,1)	9 (9,4)	41 (41,1)	30 (36,3)	37 (27,3)	129
Total	32	20	87	77	58	274

categorie: nivel de studii

esantion: cartier

3. Se calculează χ^2_{calc} :

$$\chi^2_{\text{calc}} = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

	f_o	f_e	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
eșantionul 1; doctorat	20	16,9	3,1	9,61	0,57
eșantionul 1; masterat	11	10,6	0,4	0,16	0,02
eșantionul 1; licență	46	46,0	0,0	0,00	0,00
eșantionul 1; liceu	47	40,7	6,3	39,69	0,98
eșantionul 1; 10 clase	21	30,7	-9,7	94,09	3,06
eșantionul 2; doctorat	12	15,1	-3,1	9,61	0,64
eșantionul 2; masterat	9	9,4	-0,4	0,16	0,02
eșantionul 2; licență	41	41,1	0,0	0,00	0,00
eșantionul 2; liceu	30	36,3	6,3	39,69	1,09
eșantionul 2; 10 clase	37	27,3	9,7	94,09	3,45
total					9,82

4. Se determină valoarea critică pentru χ^2 din tabel
- nivelul de semnificație = 0,05 (95%)
 - gradul de libertate =
= (nr. categorii – 1)(nr. eșantioane – 1) = 4
 - $\chi^2_{\text{crit}} = 9,488$

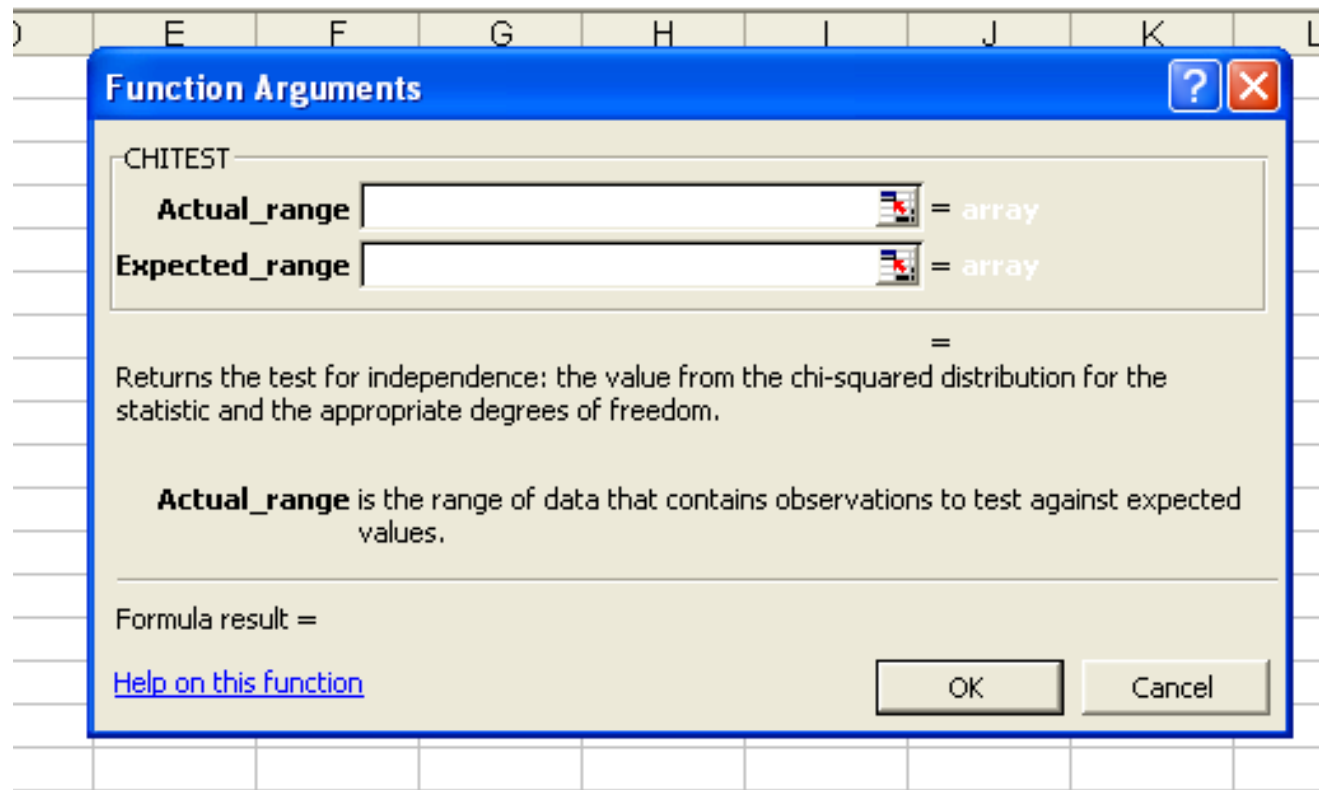
5. Se iau decizii:

- $\chi^2_{\text{calc}} (9,82) > \chi^2_{\text{crit}} (9,488)$
- Deci, respingem ipoteza nulului H_0

► Distribuția în frecvență a nivelului educațional în cele două cartiere nu este aceeași

CHITEST:

- calculează valoarea χ^2 și afișează probabilitatea asociată cu valoarea χ^2



Problema: S-a investigat într-un studiu asocierea dintre obezitatea (ca factor de risc) și bolile cardiovasculare la persoanele în etate (> 60 ani). Din totalul de 620 persoane investigate s-au identificat 150 persoane cu obezitate și boală cardio-vasculară, 230 persoane fără obezitate și fără boală cardio-vasculară și 60 persoane fără obezitate dar cu boală cardio-vasculară. Există o asociere între obezitate și boala cardiovasculară?

1. Definirea ipotezelor:

H_0 : ▫ Nu există asociere între obezitate și bolile cardio-vasculare.

(Obezitatea și bolile cardio-vasculare sunt independente)

H_1 : ▫ Există asociere între obezitate și bolile cardio-vasculare.

(Obezitatea și bolile cardio-vasculare sunt asociate)

2. Definirea parametrului: parametrul testului χ^2 urmează o lege cu $(r-1)(c-1)$ grade de libertate (f_i^o = frecvența observată, f_i^t = frecvența teoretică (asteptată))

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r \cdot c} \frac{(f_i^o - f_i^t)^2}{f_i^t} \quad df = 1$$

3. Definirea pragului de semnificație: $\alpha = 0,05$

4. Definirea regiunii critice: Regiunea critică este $[\chi_\alpha^2, \infty)$.

Pentru $\alpha = 0,05$, $\chi_\alpha^2 = 3,84$

5. Calcularea valorii observate a parametrului (χ^2_{calc})

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r \cdot c} \frac{(f_i^0 - f_i^t)^2}{f_i^t}$$

OBSERVAT	BCV+	BCV-	Total
Obezitate +	AP = 150	FP = 180	330
Obezitate -	FN = 60	AN = 230	290
Total	210	410	620

TEORETIC	BCV+	BCV-	Total
Obezitate +	= 330×210/620	= 330×410/620	330
Obezitate -	= 290×210/620	= 290×410/620	290
Total	210	410	620

OBSERVAT	BCV+	BCV-
Obezitate +	150	180
Obezitate -	60	230

$$\chi^2 = \frac{(150-112)^2}{112} + \frac{(180-218)^2}{218} + \frac{(60-98)^2}{98} + \frac{(230-192)^2}{192}$$

$$\chi^2 = \frac{38^2}{112} + \frac{(-38)^2}{218} + \frac{(-38)^2}{98} + \frac{(38)^2}{192}$$

$$\chi^2 = \frac{1444}{112} + \frac{1444}{218} + \frac{1444}{98} + \frac{1444}{192} = 12,89 + 6,63 + 14,73 + 7,52 = 41,77$$

TEORETIC	BCV+	BCV-
Obezitate +	= 112	= 218
Obezitate -	= 98	= 192

$$\chi^2_{\text{calc}} = 41,77$$

6. Luarea deciziei

Dacă $\chi^2 \in [3,84, \infty)$ se respinge H_0 cu un risc de eroare de tip I (α).

Dacă $\chi^2 \notin [3,84, \infty)$ se acceptă H_0 cu un risc de eroare de tip II (β).

Deoarece $41,77 \in [3,84, \infty)$ se respinge H_0 cu un risc de eroare de 5%.

In concluzie există asociere între obezitate și bolile cardio-vasculare.

Teste χ^2 pentru mai mult de 2 seturi de date (ANOVA)

H_0 : toate seturile de date provin din aceeași populație

H_1 : cel puțin un set de date provine dintr-o populație diferită

Dacă folosim testul χ^2 pentru mai multe esantioane si deducem că ipoteza H_0 nu este adevărată, stim că un esantion este diferit, dar nu stim care este acesta. Deci mai trebuie făcute unele deducții suplimentare pentru a putea spune care este esantionul diferit.

Testul χ^2 pentru mai multe esantioane este un *test ANOVA non-parametric* (ANalysis Of VAriance).

Toate testele ANOVA folosesc diferite aproximatii pentru a testa diferenta dintre date (varianta datelor) .

Testele ANOVA testează cât de împrastiate sunt datele: dacă variabilitatea esantioanelor este mai mare decât variabilitatea tuturor esantioanelor luate împreună, atunci e puțin probabil ca aceste esantioane să provină din aceeași populație.

Limitele testului χ^2

- datele trebuie să fie tip categorie – datele interval pot fi transformate printr-o histogramă
- Trebuie să fie cel puțin două categorii
- $f_e \geq 1$ (frecvențele așteptate)
- dacă sunt numai 2 categorii, atunci $f_e \geq 5$
- dacă sunt mai mult de 2 categorii, mai puțin de 20% din celulele tabelului de contingență pot să aibă frecvențe așteptate $f_e < 5$
- Setul de date trebuie să fie aleator și independent

EXCEL: ZTEST, NORMSINV, NORMSDIST, TDIST, TINV, COUNTIF, CHIDIST, CHIINV, CHITEST

"Tools", "Data Analysis":

- t-test: Paired Two Sample for Means
- t-test: Two-sample Assuming Equal Variances
- t-test: Two-sample Assuming Unequal Variances
- z-test: Two Sample for Means
- ANOVA