- **Rules (reguli de inlocuire)**

In *Mathematica,* o regula "rule" consta in modul de transformare a unei expresii in alta expresie.**Regulile de inlocuire** au sintaxa **expr1 → expr2** . Exista constructii in interiorul functiilor din *Mathematica* care asteapta reguli ca si argumente, sau reguli de inlocuire la iesirile din acestea. Functia cea mai simpla este **`ReplaceAll`**. Spre exemplu, **`ReplaceAll[exp, a -> b]`** va inlocui toate aparitiile simbolului a in exp cu simbolului **b**.

In[40]:= **ReplaceAll**$\left[a^5 + \text{Cos}[a + c] \middle/ \sqrt{\text{Sin}[a^2]}, a -> b\right]$

Out[40]= $b^5 + \frac{\text{Cos}[b + c]}{\sqrt{\text{Sin}[b^2]}}$

Versiunea prescurtata a functiei **`ReplaceAll`** este operatorul " /. "

In[41]:= $a^5 + \text{Cos}[a + c] \middle/ \sqrt{\text{Sin}[a^2]}$ /. a -> b

Out[41]= $b^5 + \frac{\text{Cos}[b + c]}{\sqrt{\text{Sin}[b^2]}}$

- **Reguli de aplicare imediata sau intirziata**

O regula de atribuire imediata este evaluata inainte de a fi aplicata. Sintaxa specifica este

a->b Regula de atribuire intarziata este prima data aplicata si apoi evaluata. Sintaxa specifica este **a :> b**.Functiile specifice din *Mathematica* sunt **Rule** and **RuleDelayed**.

In[42]:= **Rule[a, b]**
RuleDelayed[a, b]

Out[42]= a → b

Out[43]= a :→ b

Pentru calcule este mult mai indicata notatia prescurtata:

In[44]:= $(a + a\,b)^a$ **/. a → RandomReal[]**

Out[44]= $(0.861743 + 0.861743\,b)^{0.861743}$

In acest exemplu (atribuire imediata), partea dreapta a regulii este evaluata si produce un singur numara aleator. Acest numar este apoi utilizat pentru a inlocui orice aparitie a simbolului **a** in expresie.

In[45]:= $(a + a\,b)^a$ **/. a :→ RandomReal[]**

Out[45]= $(0.293553 + 0.931965\,b)^{0.522792}$

In acest exemplu (atribuire intarziata), partea dreapta a regulii este evaluata dupa inlocuirea lui a cu **Random[]**. Rezultatul va avea in componenta trei numere aleatoare distincte.

- **Utilizarea regulilor de inlocuire**

In evaluarea unei expresii:

In[46]:= $\left(x^3 + \mathrm{Tan}[x]\right)^3$ /. x -> .67

Out[46]= 1.30581

In forma de iesire a functiilor din *Mathematica* . Spre exemplu functia **Solve[eqns, vars]** care incearca sa rezolve ecuatia specificata **eqns** pentru variabilele **vars.** Fie ecuatia:

$$x^2 + 2x - 7.5 = 0$$

Utilizand **Solve** putem scrie:

In[47]:= sol = Solve[x^2 + 2 x - 7.5 == 0, x]

Out[47]= {{x → -3.91548}, {x → 1.91548}}

Solutia produsa de **Solve** este data de o lista de reguli de inlocuire inmagazinate in variabila **sol**. Sa presupunem ca dorim evaluarea functiei anterioare $\left(x^3 + \mathrm{Tan}[x]\right)^3$ tinand cont de valorile x returnate de **Solve.** Aceasta se poate face rapid folosind functia **ReplaceAll (/.) :**

In[48]:= $\left(x^3 + \mathrm{Tan}[x]\right)^3$ /. sol

Out[48]= {-227039., 76.3622}

Putem obtine acelasi efect printr-un singur pas:

In[49]:= $\left(x^3 + \mathrm{Tan}[x]\right)^3$ /. Solve[x^2 + 2 x - 7.5 == 0, x]

Out[49]= {-227039., 76.3622}

- **Reguli de inlocuire cu conditii**

De multe ori regulile se doresc a fi aplicate numai in urma aplicarii unui test, test care poate fi facut cu ajutorul operatorului conditional **/; .** Sa alegem cazul in care dorim ca toti intregii mai mici decat 15 sa fie ridicati la putera a 3-a, iar ceilalti nu vor fi afectati

In[50]:= Range[1, 20] /. x_ /; x < 15 → x^3

Out[50]= {1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000,
1331, 1728, 2197, 2744, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

In acest exemplu regula este aplicata daca modelul este <10

- **Radacini ale polinoamelor: precizie numerica**

Sa generam un polinom de gradul **n** cu coeficienti numere intregi alese in mod aleator. Putem folosi **Random** cuplata cuh **Table** pentru a genera coeficientii:

In[51]:=
```
coef[deg_] := RandomInteger[{-10^4, 10^4}, deg]
```

In[52]:=
```
coef[10]
```

Out[52]= {−4256, 573, 9245, −6401, 6299, 2681, 1591, 2759, −1227, 9979}

Sa definim acum o lista de monoame:

In[53]:=
```
monoame[deg_, var_] := var^Range[0,deg]
```

In[54]:=
```
monoame[10, x]
```

Out[54]= $\{1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, x^8, x^9, x^{10}\}$

pentru a creea in mod aleator ecuatia noastra va trebui sa luam produsul scalar dintre **coef** si **monoame.** Putem combina functiile precedente intr-o singura functie care sa depinda de **deg** si **var.** Sa precizam ca avem nevoie de $n+1$ coeficienti pentru polinomul de gradul n .Astfel:

In[55]:=
```
polyEqn[deg_, var_] := RandomInteger[{-10^4, 10^4}, deg + 1].var^Range[0,deg]
```

In[56]:=
```
myEqn = polyEqn[6, x]
```

Out[56]= $1117 + 488\,x - 5737\,x^2 + 761\,x^3 + 1620\,x^4 + 8791\,x^5 + 3959\,x^6$

Folosim **Solve** pentru a gasi radacinile (Capitolul A.9.5)

In[57]:=
```
sol = Solve[myEqn == 0, x]
```

Out[57]=
```
{{x → Root[1117 + 488 #1 − 5737 #1^2 +
        761 #1^3 + 1620 #1^4 + 8791 #1^5 + 3959 #1^6 &, 1]},
  {x → Root[1117 + 488 #1 − 5737 #1^2 + 761 #1^3 + 1620 #1^4 +
        8791 #1^5 + 3959 #1^6 &, 2]},
  {x → Root[1117 + 488 #1 − 5737 #1^2 + 761 #1^3 + 1620 #1^4 +
        8791 #1^5 + 3959 #1^6 &, 3]},
  {x → Root[1117 + 488 #1 − 5737 #1^2 + 761 #1^3 + 1620 #1^4 +
        8791 #1^5 + 3959 #1^6 &, 4]},
  {x → Root[1117 + 488 #1 − 5737 #1^2 + 761 #1^3 + 1620 #1^4 +
        8791 #1^5 + 3959 #1^6 &, 5]},
  {x → Root[1117 + 488 #1 − 5737 #1^2 + 761 #1^3 + 1620 #1^4 +
        8791 #1^5 + 3959 #1^6 &, 6]}}
```

Function **Root**[**f**, **k**] reprezinta a $\mathbf{k}^{\mathbf{th}}$ radacina a ecuatiei polinomiale $\mathbf{f=0}$.Daca dorm valori numerice ale rezultatului si specificarea preciziei avem:

In[58]:= **N[sol, 20]**

Out[58]= {{x → −2.2089206883306487265}, {x → −0.38667151880475910195},
{x → −0.36333363340118453147 − 0.93078004215072922700 ⅈ},
{x → −0.36333363340118453147 + 0.93078004215072922700 ⅈ},
{x → 0.55087462204087632142 − 0.16555007526530929788 ⅈ},
{x → 0.55087462204087632142 + 0.16555007526530929788 ⅈ}}

Deoarece solutia are forma unei reguli de inlocuire, se poate rapid evalua daca radacinile gasite satisfac ecuatia de baza, utilizand operatorul de inlocuire **/.**

In[59]:= **myEqn /. N[sol, 20]**

Out[59]= $\{0.\times10^{-14}, 0.\times10^{-17}, 0.\times10^{-15}+0.\times10^{-15}\,i, 0.\times10^{-15}+0.\times10^{-15}\,i, 0.\times10^{-16}+0.\times10^{-16}\,i, 0.\times10^{-16}+0.\times10^{-16}\,i\}$

Deci rezultatele au acuratetea definita. Nu se specifica precizia, in mod automat M*athematica* va returna rezultatele cu precizia masinii.

In[60]:= **myEqn /. N[sol]**

Out[60]= $\{4.36557\times10^{-11}, 1.56319\times10^{-13}, -9.09495\times10^{-13}-4.54747\times10^{-13}\,i, -9.09495\times10^{-13}+4.54747\times10^{-13}\,i, 1.98952\times10^{-13}+0.\,i, 1.98952\times10^{-13}+0.\,i\}$

Sa generam un polinom cu numere reale. (Sintaxa pentru generarea numerelor aleatoare reale este Random)

In[61]:= **polyEqn2[deg_, var_] := RandomReal[{−10^4, 10^4}, deg + 1].var^Range[0,deg]**

In[62]:= **myEqn2 = polyEqn2[6, x]**

Out[62]= $-262.821+7544.28\,x-2157.47\,x^2-9942.83\,x^3+1789.1\,x^4+4637.51\,x^5+6101.81\,x^6$

Dorim sa determinam radacinile, cu o anumita precizie, utilizand o aproximare numerica. Vom utiliza **NSolve** .

In[63]:= **sol2 = NSolve[myEqn2 == 0, x, 20]**

NSolve::precw : The precision of the argument function ($\{-262.821+7544.28\,x-2157.47\,x^2-9942.83\,x^3+1789.1\,x^4+4637.51\,x^5+6101.81\,x^6\}$) is less than WorkingPrecision (20). ≫

Out[63]= {{x → −0.8947477737490113262},
{x → −0.7230686863543570243 − 1.1914147071430875713 ⅈ},
{x → −0.7230686863543570243 + 1.1914147071430875713 ⅈ},
{x → 0.0352498354244685628 1},
{x → 0.7728063824213577731 − 0.3254056129786382853 ⅈ},
{x → 0.7728063824213577731 + 0.3254056129786382853 ⅈ}}

Desi solutia are 20 digiti , ea nu reprezinta 20 digiti precizie, dupa cum se poate vedea mai jos

In[64]:= **myEqn2 /. sol2**

Out[64]= $\{-3.18323\times10^{-12}, -7.27596\times10^{-12}-1.81899\times10^{-12}\,i, -7.27596\times10^{-12}+1.81899\times10^{-12}\,i, 4.82743\times10^{-14}, 0.+4.54747\times10^{-13}\,i, 0.-4.54747\times10^{-13}\,i\}$

- **Aplicatia 1**

Definiti o expresie de forma
exp1 =
$(x+y^2)$. Definiti o secventa de reguli de inlocuire pentru a construi lista $\{a-b+(a+b)^2, (a-b)^3+(a+b)^4\}$

Ce se intampla daca utilizati urmatoare lista de reguli
exp1 /. {{rule1}, {rule2}}

In[65]:= **Remove["Global`*"]**

In[66]:= **exp1 = x + y^2**

Out[66]= $x+y^2$

In[67]:= **exp1 /. {x → a - b, y → a + b}**

Out[67]= $a-b+(a+b)^2$

In[68]:= **exp1 /. {{x → a - b, y → a + b}, {x → (a - b)^3, y → (a + b)^2}}**

Out[68]= $\{a-b+(a+b)^2, (a-b)^3+(a+b)^4\}$

- **Aplicatia 2**

Acest exemplu este revelator in a demonstra importanta ordinii de aplicare a regulilor. Aratati ca urmatoarele expresii nu dau acelasi rezultat:

(i) $(x+y^2)$ /. $x\to7y^2$ /. $y\to x^2$

(ii) $(x+y^2)$ /. $y\to x^2$ /. $x\to7y^2$

Aratati ca urmatoarele expresii dau acelasi rezultat::

(iii) $(x+y^2)$ /. $\{x\to7y^2, y\to x^2\}$

(iv) $(x+y^2)$ /. $\{y\to x^2, x\to7y^2\}$

In[69]:= **(x + y^2) /. x → 7 y^2 /. y → x^2**

Out[69]= $8x^4$

In[70]:= **(x + y^2) /. y → x^2 /. x → 7 y^2**

Out[70]= $7y^2+2401y^8$

In[71]:= $\left(x+y^2\right)$ /. $\left\{x\to 7\,y^2,\ y\to x^2\right\}$

Out[71]= $x^4+7\,y^2$

In[72]:= $\left(x+y^2\right)$ /. $\left\{y\to x^2,\ x\to 7\,y^2\right\}$

Out[72]= $x^4+7\,y^2$

- **Aplicatia 3**

Consideram urmatoarea expresie

a+f[b+Coth[x]]

Generati o regula de inlocuire a argumentului cu integrala sa.

a+f[b+Coth[x]]->a+f[$\int$(b+Coth[x])dx]

Generalizati regula pentru argumente arbitrare ale lui f. Definiti o functie care sa aiba acest task si apoi aplicati-o in conceperea unei reguli

In[73]:= **a + f[b + Coth[x]] /. b + Coth[x] –> $\int$(b + Coth[x]) dx**

Out[73]= a + f[b x + Log[Sinh[x]]]

Functia care ar avea acelasi task ar putea fi

In[74]:= **F[p_] := F1[$\int$ p dx]**

Astfel

In[75]:= **F[b + Coth[x]]**

Out[75]= F1[b x + Log[Sinh[x]]]

Folosind acest concept putem defini regula

In[76]:= **a + f[b + Coth[x]] /. f[p_] → f[$\int$ p dx]**

Out[76]= a + f[x (b + Coth[x])]