Barem / Javítókulcs

Problema 1. Feladat

a) (8 p)

$$E_P = mgH = 0,06 \cdot 10 \cdot 90 = 54\ J$$

$$E_T = E_{Co} = \frac{mv_{o1}^2}{2} = \frac{0,06 \cdot 60^2}{2} = 108\ J$$

$$E_{Co} = E_T = E_P + E_C \Rightarrow E_C = E_T - E_P = 54\ J$$

$(h_{max}^{(1)} = 2H = 180\ m)$

b) (12 p)

$$h^{(1)} = v_{o1}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$h^{(2)} = v_{o2}(t - t_0) - \frac{g(t-t_0)^2}{2}$$

În momentul întâlnirii/ a találkozás pillanatában: $h^{(1)} = h^{(2)} = h^{(i)} \Rightarrow$

$$v_{o1}t - \frac{gt^2}{2} = v_{o2}(t-t_0) - \frac{g(t-t_0)^2}{2} \Rightarrow t \equiv \tau = \frac{t_0(v_{o2} + \frac{gt_0}{2})}{v_{o2} + gt_0 - v_{o1}} = 10,5\ s$$

$$h^{(i)} = v_{o1}\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 78,75\ m$$

c) (13 p)

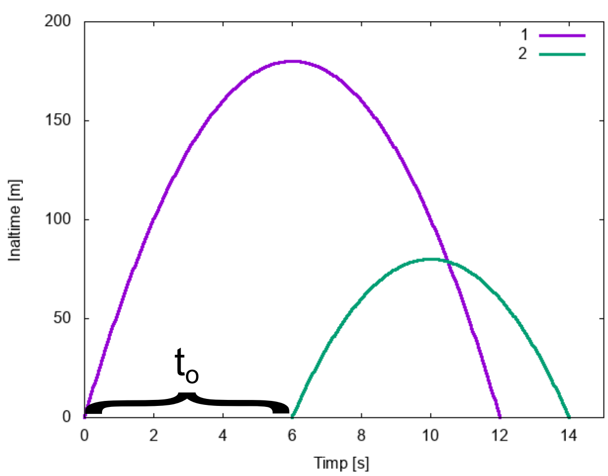


Figura 1: traiectori/ pályák

Timpul de mișcare pentru mingea 1/ Az első labda repülési ideje:

$$t_{t1} = 2\frac{v_{o1}}{g} = 12\ s$$

Timpul de mișcare pentru mingea 2/ A második labda repülési ideje:

$$t_{t2} = 2\frac{v_{o2}}{g} = 8\ s$$

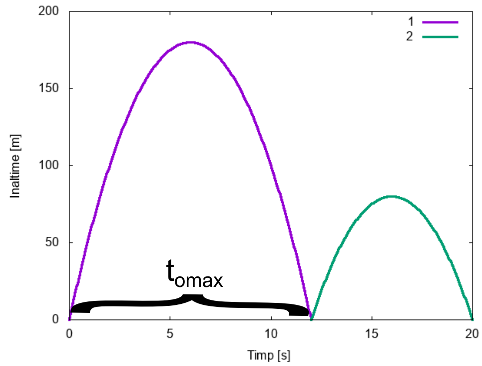


Figura 2: Întâlnirea t_{0max}/ találkozás t_{0max} esetén

Deoarece mingea 1 ajunge la sol în 12 s, t_0 nu poate lua o valoare mai mare / Mivel az 1-es labda a felhajítástól számított 12 s múlva visszatér a talajra, ennél hosszabb t_0 várakozási idő nem lehetséges:

$$t_{0max} = 12\ s$$

Deoarece timpul de zbor al mingii 2 este 8 s, trebuie să fie aruncată cu cel mult 8 s înainte ca minega 1 să revină la sol/ Mivel a 2-es labda hajítási ideje 8 s, legkorábban az 1-es labda földreérése elött 8 s-mal dobhatjuk fel, ekkor egyszerre érnek vissza a talajra:

$$t_{0min} = 12\ s - 8\ s = 4\ s$$

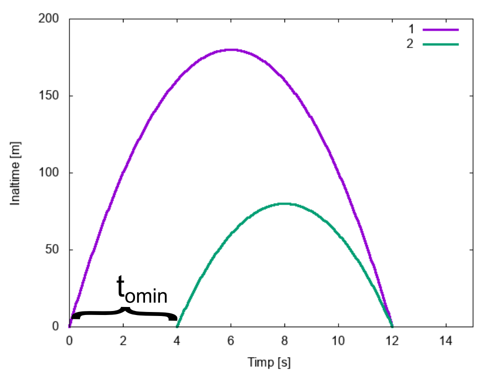


Figura 3: Întâlnirea t_{0min}/ találkozás t_{0min} esetén

d) (12 p)

Înălțimea maximă pentru mingea 2/ második labda emelkedési magassága

$$h_{max}^{(2)} = \frac{v_{o2}^2}{2g} = 80\ m$$

Cele două mingi se întâlnesc în cel mai scurt timp după aruncarea primei, dacă aceasta nu trebuie să coboare mult, adică, dacă se întâlnesc la înălțimea la care poate urca mingea 2, la $h_{max}^{(2)} = 80\ m$. Trebuie să determinăm deci momentul în care mingea 1 va fi la înălțimea $h_1 = 80\ m$, și să modificăm $t_0 \to t_0^*$ astfel încât întâlnirea să aibă loc în acest moment.

Akkor találkoznak a legrövidebb idő múlva, ha az 1 magassága minél kevesebbet kell csökkenjen, tehőt akkor, ha úgy találkoznak, hogy a 2-es $h_{max}^{(2)} = 80\ m$ magasan van. Azt kell tehát kiszámítani, hogy mikor lesz az 1-es $h_1 = 80\ m$-en és t_0^*-ot úgy kell beállítani, hogy a 2-es is ugyanabban az időpillanatban legyen ott.

$$h_1 = v_{o1}t = \frac{gt^2}{2} = 80\ m \Rightarrow 5t^2 - 60t + 80 = 0 \Rightarrow t_1 = 10,48\ s; \quad t_2 = 1,52\ s$$

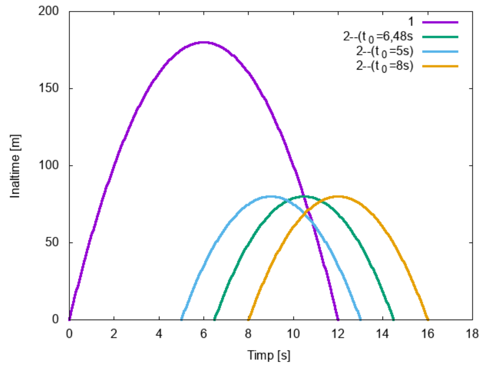


Figura 4: Momentul întâlnirii (Intersecția traiectorilor) în funcția lui t_o/ A találkozás pillanata a t_o függvényében.

Numai soluția $t_1 = 10,48\ s$ este acceptabilă / Csak a $t_1 = 10,48\ s$ megoldás fogadható el.

Dacă din t_1 scădem timpul de urcare $t_{t2}/2 = 4\ s$ obținem t_0^*/ Ha a t_1-ből kivonjuk a második labda emelkedési idejét ($t_{t2}/2 = 4\ s$) megkapjuk a t_0^*-ot

$$t_0^* = t_1 - t_{t2}/2 = 6,48\ s.$$

Problema 2. Feladat

a) (5 puncte)

$$V_0 = \frac{\nu R T_0}{p_0} = 24.9\,\mathrm{dm}^3 \tag{1}$$

b) (15 puncte)

$$\Delta V = \Delta x S = V - V_0 = V_0 \tag{2}$$

$$k\Delta x = pS \tag{3}$$

$$\Delta E_p = \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{pV_0}{2} \tag{4}$$

c) (15 puncte)

Sistem izolat adiabatic / adiabatikusan szigetelt rendszer:

$$Q = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta U = L = -\Delta E_p \tag{5}$$

$$\frac{3}{2}\nu R(T - T_0) = -\frac{k\Delta x^2}{2} = -\frac{pV_0}{2} \qquad \Rightarrow \qquad p = \frac{3\nu R(T_0 - T)}{V_0} \tag{6}$$

Transformare generală / általános állapotváltozás:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \qquad \Rightarrow \qquad p = p_0 \frac{T}{2T_0} \tag{7}$$

Din (6) și (7) / az (6) és (7) alapján:

$$\frac{p_0 T}{2T_0} = \frac{3\nu R(T_0 - T)}{V_0} \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{6}{7}T_0 = 257\ \mathrm{K} \tag{8}$$

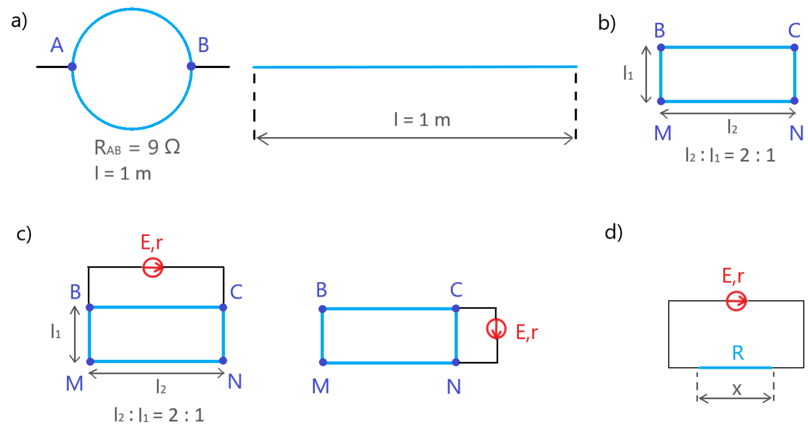
d) (10 puncte)

Din (7) / a (7)-es alapján:

$$p = p_0 \frac{T}{2T_0} = \frac{3}{7}p_0 = 0.43\ \mathrm{atm} \tag{9}$$

Problema 3. Feladat

a) (10 puncte)



inel $\equiv$ două jumătăți de conductor liniar conectați în paralel
gyűrű $\equiv$ a két fél-huzal párhuzamosan kapcsolva

$$R_{AB} = \frac{\frac{R_{conductor}}{2}\frac{R_{conductor}}{2}}{\frac{R_{conductor}}{2}+\frac{R_{conductor}}{2}} = \frac{R_{conductor}}{4} \Rightarrow$$

$$R_{conductor} = 4R_{AB} = 36\ \Omega$$

b) (15 puncte)

dreptunghi $(l) = 2$ laturi scurte $(l_1) + 2$ laturi lungi (l_2)
téglalap $(l) = 2$ rövid oldal $(l_1) + 2$ hosszú (l_2)
rezistența electrică a laturii scurte: R_a rövid oldal ellenállása
rezistența electrică a laturii lungi: R_b hosszú oldal ellenállása

$$\frac{l_1}{l_2} \equiv \frac{R_a}{R_b} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_b = 2R_a$$

$$R_{conductor} = 2R_a + 2R_b = 6R_a = 3R_b \Rightarrow$$

$$R_a = 6\ \Omega; \quad R_b = 12\ \Omega$$

rezistența electrică echivalentă măsurată pe o latură scurtă: $R_{NC} = R_1$($\equiv$ o latură scurtă în paralel cu două laturi lungi și o latură scurtă, toate în serie)

rövid oldal mentén mért ellenállás $R_{NC} = R_1$ ($\equiv$ egy rövid oldal párhuzamosan kötve a két hosszú oldalból és egy rövidből alkotott soros áramkörrel)

$$R_1 = \frac{R_a(R_a+2R_b)}{2R_a+2R_b} = \frac{6(6+24)}{36}\Omega = 5\Omega$$

rezistența electrică echivalentă măsurată pe o latură lungă:$R_{MN} = R_2$ ($\equiv$ o latură lungă în paralel cu două laturi scurte și o latură lungă, toate în serie)

hosszú oldal mentén mért ellenállás $R_{MN} = R_2$ ($\equiv$ egy hosszú oldal párhuzamosan kötve a két rövid és egy hosszú oldalból álló soros áramkörrel)

$$R_2 = \frac{R_b(R_b+2R_a)}{2R_a+2R_b} = \frac{12(12+12)}{36}\Omega = 8\ \Omega$$

rezistența electrică echivalentă măsurată pe o diagonală:$R_{MC} = R_3$ ($\equiv$ o latură lungă și una scurtă în serie, în paralel cu cealaltă latură scurtă în serie cu cea lungă)

egy átló mentén mért ellenállás $R_{MC} = R_3$ ($\equiv$ sorosan kapcsolt rövid és hosszú oldal van párhuzamosan kötve a másik két oldal soros áramkörével)

$$R_3 = \frac{(R_a+R_b)(R_a+R_b)}{2R_a+2R_b} = \frac{18\cdot 18}{36}\Omega = 9\ \Omega$$

c) (10 puncte)

$$P = P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{E^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2} = 2\sqrt{10}\ \Omega \simeq 6,32\ \Omega$$

$$P = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} \Rightarrow E = (R_1 + r)\sqrt{\frac{P}{R_1}} = 3(5 + 2\sqrt{10})\ V \simeq 33,97\ V$$

d) (10 puncte)

$$P = P_{\text{max}} \Rightarrow R = r$$

$$R_{\text{conductor}} = k \cdot l \Rightarrow k = \frac{R_{\text{conductor}}}{l}$$

$$R = r = k \cdot x = \frac{R_{\text{conductor}} \cdot x}{l} \Rightarrow x = \frac{r \cdot l}{R_{\text{conductor}}} = \frac{2\sqrt{10}}{36}\ m \simeq 17,56\ cm$$

Problema 4. Feladat
a) (12 puncte)

$$|\gamma| = 4$$
$$d = -p_1 + p2 = 100\ cm$$

Cazul $\gamma = +4$ esetén

$$\gamma = 4 = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = 4p_1$$
$$d = -p1 + p_2 = -p_1 + 4p_1 = 3p_1 \Rightarrow p_1 = \frac{d}{3} = 33,3\ cm$$

$p_1 > 0 \Rightarrow$ obiect virtual, în contradicție cu enunțul problemei / $p_1 > 0 \Rightarrow$ virtuális tárgy, ami ellentmond a feladat szövegének.

Cazul $\gamma = -4$ esetén

$$\gamma = -4 = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = -4p_1$$
$$d = -p1 + p_2 = -p_1 - 4p_1 = -5p_1 \Rightarrow p_1 = \frac{d}{-5} = -20\ cm \Rightarrow p_2 = 80\ cm$$
$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{p_1 p_2}{p_1 - p_2} = \frac{-20 * 80}{-100}\ cm = 16\ cm$$

$\gamma = -4 \Rightarrow$ imaginea răsturnată / fordított állású kép.

b) (8 puncte)

$$R_1 = R; \quad R_2 = -R$$
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{2(n-1)}{R} \Rightarrow R = 2(n-1)f = 2 \cdot 0,5 \cdot 16 = 16\ cm$$

c) (15 puncte)

După sectionarea lentilei / A lencse kettévágása után

$$R_1 = R; \quad R_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{f^s} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow f^s = \frac{R}{n-1} = 32\ cm$$

Cazul I. eset:
Deplasăm lentila 2 ($\mathbf{L_2}$) spre imaginea finală $\Rightarrow$ prima lentila ($\mathbf{L_1}$ cea fixata) formează imaginea intermediară:
A második lencsét ($\mathbf{L_2}$) a végső kép felé mozdítom el $\Rightarrow$ A közbeeső képet az első ($\mathbf{L_1}$ rögzített) lencse hozza létre:

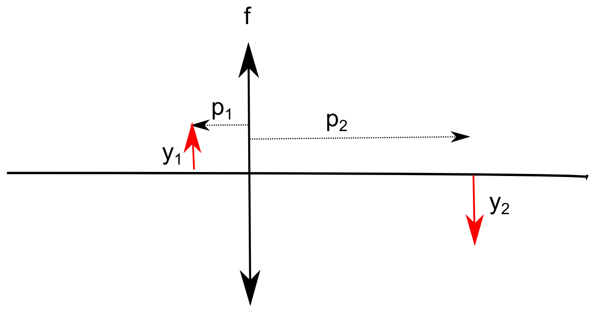
$$p_1' = p_1 = -20\ cm; \quad f \equiv f^s \Rightarrow p_2' = \frac{p_1' f^s}{p_1' + f^s} = \frac{32 \cdot -20}{32 - 20}\ cm = -53,(3)\ cm$$
$$d'' = p_2 - p_2' = 133,(3)\ cm$$
$$-p_1'' + p_2'' = d'' \Rightarrow p_2'' = p_1'' + d''$$
$$\frac{1}{f^s} = \frac{1}{p_2''} - \frac{1}{p_1''} = \frac{1}{p_1'' + d''} - \frac{1}{p_1''} \Rightarrow {p_1''}^2 + p_1'' d'' + f^s d'' = 0 \Rightarrow$$

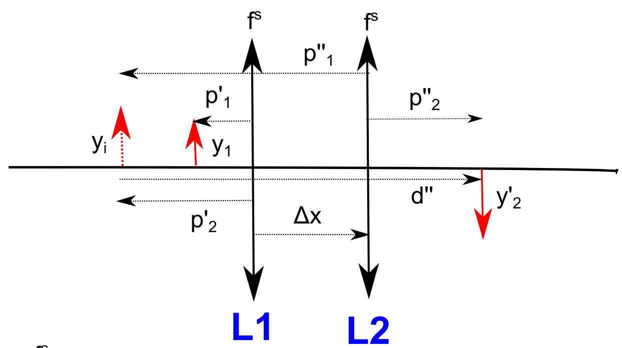
${p_1''}^{(a)} = -53,(3)\ cm$ soluția trivială (deplasăm cu 0 cm lentila)/ triviális megoldás (0 cm-el mozdítom el a második lencsét)
${p_1''}^{(b)} = -80\ cm; \Delta x = p_2' - p_1'' \Rightarrow \Delta x = 26,(6)\ cm$

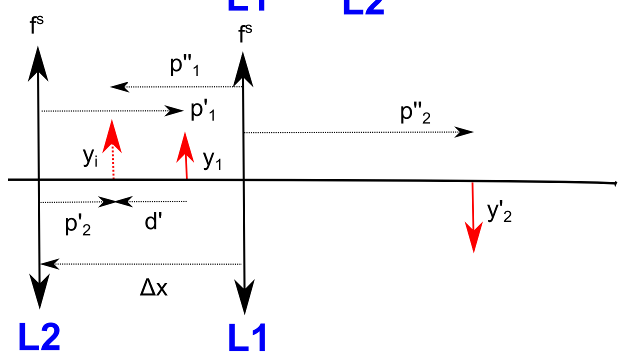
$$d'' = -p_1'' + p_2'' \Rightarrow p_2'' = d'' + p_1'' = 53,(3)\ cm$$

Cazul II. eset:
Deplasăm lentila 2 ($\mathbf{L_2}$) spre obiectul original $\Rightarrow$ prima lentila ($\mathbf{L_1}$ cea fixata) formează imaginea finală:
A második lencsét ($\mathbf{L_2}$) az eredeti tárgy felé mozdítom el $\Rightarrow$ A végső képet az első ($\mathbf{L_1}$ rögzített) lencse hozza létre:

$$p_2'' = p_2 = 80\ cm;$$







$$\frac{1}{p_2''} - \frac{1}{p_1''} = \frac{1}{f^s} \Rightarrow p_1'' = \frac{p_2'' f^s}{f^s - p_2''} = -53,(3)\ s$$

$$d' = p_1'' - p_1 = -33.(3)\ cm$$

$$d' = -p_1' + p_2' \Rightarrow p_2' = p_1' + d'$$

$$\frac{1}{p_2'} - \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{p_1' + d'} - \frac{1}{p_1'} = \frac{-d'}{p_1'(p_1' + d')} = \frac{1}{f^s} \Rightarrow$$

$$p_1'^{\,2} + p_1' d' + f^s d' = 0 \Rightarrow$$

$$p_1'^{(a)} = 53,(3)\ cm; \quad p_2'^{(a)} = 20\ cm$$

Soluția presupune un obiect virtual, ceea ce este în contradicție cu enunțul problemei/ A megoldás virtuális tárgyat feltételez, ami ellentmondásban van a feladat szövegével

$$p_1'^{(b)} = -20\ cm; \quad p_2'^{(b)} = -53,(3)\ cm$$

soluția trivială (deplasăm cu 0 cm lentila)/ triviális megoldás (0 cm-el mozdítom el a második lencsét)

d) (10 puncte)

$$y_2' = \gamma'' y_i; \quad y_i = \gamma' y_1 \Rightarrow y_2' = \gamma'' \gamma' y_1$$

$$\gamma' = \frac{p_2'}{p_1'}; \quad \gamma'' = \frac{p_2''}{p_1''} \Rightarrow y_2' = \frac{p_2' p_2''}{p_1'' p_1'} y_1$$

$$p_1' = -20\ cm; \quad p_2' = -53,(3)\ cm; \quad p_1'' = -80\ cm; \quad p_2'' = 53,(3)\ cm$$

$$y_2' = \frac{-53,(3) \cdot 53,(3)}{-20 \cdot -80} y_1 = -1,(7) y_1$$

Imaginea finală este reală, răsturnată și de 1,(7) ori mai mare decât obiectul original/ A végső kép valós, fordított állású és 1,(7)-szer nagyobb mint az eredeti tárgy.